

CHUYÊN ĐỀ : SỐ NGUYÊN

A. LÝ THUYẾT.

1. Số nguyên.

Tập hợp : $\{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$ gồm các số nguyên âm, số 0 và số nguyên dương là tập hợp các số nguyên. Tập hợp các số nguyên được kí hiệu là Z .

- Số 0 không phải là số nguyên âm, cũng không phải là số nguyên dương.

2. Giá trị tuyệt đối của một số nguyên.

Khoảng cách từ điểm a đến điểm 0 trên trục số là giá trị tuyệt đối của số nguyên a .

Ví dụ : $|-12| = 12$; $|7| = 7$.

3. Cộng hai số nguyên cùng dấu.

- Cộng hai số nguyên dương chính là cộng hai số tự nhiên.
- Muốn cộng hai số nguyên âm, ta cộng hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “-“ trước kết quả.

Ví dụ 1 : $(+4) + (+7) = 4 + 7 = 11$

Ví dụ 2 : $(-13) + (-17) = -(13 + 17) = -30$

4. Cộng hai số nguyên khác dấu.

- Hai số đối nhau có tổng bằng 0.
- Muốn cộng hai số nguyên khác dấu không đối nhau, ta tìm hiệu hai giá trị tuyệt đối của chúng (số lớn trừ số bé) rồi đặt trước kết quả tìm được dấu của số có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

Ví dụ 1 : $(-27) + (+27) = 0$

Ví dụ 2 : $(-89) + 66 = -(89 - 66) = -23$

5. Tính chất cơ bản của phép cộng số nguyên.

- Tính chất giao hoán : $a + b = b + a$
- Tính chất kết hợp : $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Cộng với số 0 : $a + 0 = 0 + a = a$
- Cộng với số đối : $a + (-a) = 0$
- Tính chất phân phối : $a.(b + c) = a.b + a.c$

6. Phép trừ hai số nguyên.

Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b , ta cộng a với số đối của b .

$$a - b = a + (-b)$$

7. Quy tắc dấu ngoặc.

7.1. Quy tắc phá ngoặc.

Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “-“ đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc : dấu “+” chuyển thành dấu “-“ và dấu “-“ chuyển thành dấu “+”.

Khi bỏ dấu ngoặc có dấu “+” đằng trước thì dấu các số hạng trong ngoặc vẫn được giữ nguyên.

$$\text{Ví dụ : } 34 - (12 + 20 - 7) = 34 - 12 - 20 + 7 = 22 - 20 + 7 = 2 + 7 = 9.$$

7.2. Quy tắc hình thành ngoặc.

Khi hình thành ngoặc, nếu ta đặt dấu “-“ đằng trước dấu ngoặc thì tất cả các số hạng ban đầu khi cho vào trong ngoặc đều phải đổi dấu. Dấu “-“ chuyển thành dấu “+” và dấu “+” chuyển thành dấu “-“.

Khi hình thành ngoặc, nếu ta đặt dấu “+” đằng trước dấu ngoặc thì tất cả các số hạng ban đầu khi cho vào trong ngoặc đều phải được giữ nguyên dấu.

$$\text{Ví dụ : } 102 - 32 - 68 = 102 - (32 + 68) = 102 - 100 = 2.$$

8. Quy tắc chuyển vế.

Khi chuyển vế một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó : dấu “+” chuyển thành dấu “-“ và dấu “-“ chuyển thành dấu “+”.

$$A + B + C = D \rightarrow A + B = D - C$$

9. Nhân hai số nguyên.

- Muốn nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “-“ trước kết quả nhận được.

$$\text{Ví dụ : } 5 \cdot (-4) = -20$$

- Muốn nhân hai số nguyên cùng dấu, ta nhân hai giá trị tuyệt đối của chúng rồi đặt dấu “+” trước kết quả của chúng.

$$\text{Ví dụ : } (-4) \cdot (-6) = 24$$

Nguyên tắc nhớ : **CÙNG THÌ DƯƠNG DẤU, KHÁC DẤU THÌ ÂM.**

B. BÀI TẬP.

Bài toán 1 : Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự tăng dần.

3 ; -18 ; 0 ; 21 ; -7 ; -12 ; 33

Bài toán 2 : Sắp xếp các số nguyên sau theo thứ tự giảm dần.

-19 ; - 22 ; 20 ; 0 ; 27 ; 33 ; -101 ; -2.

Bài toán 3 : So sánh.

a. (-3) và 0	k. $ 3 - 5 $ và (-2)
b. 3 và (+2)	l. $ 120 - 100 $ và $ 100 - 120 $
c. (-18) và (-21)	m. $(120 - 100)$ và $(100 - 120)$
d. $ -12 $ và (-12)	n. $(120 - 100)$ và $ 120 - 100 $
e. 0 và $ -9 $	o. $(-2)^2$ và (-4)
f. (-15) và (-20)	p. 12 và $2 \cdot (-6)$
g. $ +21 $ và $ -21 $	q. $ -1 $ và 0
h. (+21) và (-21)	r. -1 và 0

Bài toán 4 : Tính

a. $(+18) + (+2)$	k. $(-89) - 9$
b. $(-3) + 13$	l. $28 + 42$
c. $(-12) + (-21)$	m. $(-56) + -32 $
d. $(-30) + (-23)$	n. $40 - -14 $
e. $-52 + 102$	o. $ -4 + +15 $
f. $88 + (-23)$	p. $ 30 - -17 $
g. $13 + -13 $	q. $13 + -39 $
h. $-43 - 26$	r. $123 + (-123)$

Bài toán 5 : Tính.

a. $(-5) + (-9) + (-12)$	k. $56 + (-32) - 78 + 44 - 10$
b. $(-8) + (-13) + (-54) + (-67)$	l. $32 + -23 - 57 + (-23)$
c. $(-9) + (-15) + (-6) + (-3)$	m. $ -8 + -4 - (-12) + 5$
d. $-5 - 9 - 11 - 24$	n. $126 + (-20) + 2004 + (-106)$
e. $-14 - 7 - 12 - 24$	o. $(-199) + (-200) + (-201)$
f. $12 + 38 - 30 - 22$	p. $(-4) - (-8) + (-15) + (-10)$

g. $34 + (-43) + 66 - 57$	q. $ -13 - (-17) + (-20) - (-18)$
h. $-10 - 14 - 16 + 43$	r. $16 - (-3) + (-5) - 7 + 12$

Bài toán 6 : Bỏ ngoặc và tính.

a. $- -12 - (-5 + -4 - 12) + (-9)$	k. $24 - (72 - 13 + 24) - (72 - 13)$
b. $-(-15) - (-3 + 7 - 8) - -5 $	l. $ 4 - 9 - 5 - (4 - 9 - 5) - 15 + 9$
c. $ 11 - 13 - (-12 + 20 - 8 - 10)$	m. $-20 - (25 - 11 + 8) + (25 - 8 + 20)$
d. $(-40) + (-13) + 40 + (-13)$	n. $ -5 + 7 - 8 - (-5 + 7 - 8)$
e. $(+23) + (-12) + 5 .2$	o. $(-20 + 10 - 3) - (-20 + 10) + 27$
f. $(-5) + (-15) + -8 + (-8)$	p. $13 - [5 - (4 - 5) + 6] - [3 - (2 - 7)]$
g. $5 - (4 - 7 + 12) + (4 - 7 + 12)$	q. $(14 - 12 - 7) - [-(-3 + 2) + (5 - 9)]$
h. $- -5 + 3 - 7 - -5 + 7 $	r. $14 - 23 + (5 - 14) - (5 - 23) + 17$

Bài toán 7 : Tìm x, biết.

a. $x + (-5) = -(-7)$	k. $ x = 5$
b. $x - 8 = -10$	l. $ x - 3 = 1$
c. $2x + 20 = -22$	m. $ x + 2 = 4$
d. $-(-30) - (-x) = 13$	n. $3 - 2x + 1 = (-5)$
e. $-(-x) + 14 = 12$	o. $12 + 3 - x = 9$
f. $x + 20 = -(-23)$	p. $ x + 9 = 12 + (-9) + 2$
g. $15 - x + 17 = -(-6) + -12 $	q. $ x + 5 - 5 = 4 - (-3)$
h. $- -5 - (-x) + 4 = 3 - (-25)$	r.

Bài toán 8 : Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết.

a. $0 < x < 5$	k. $ x + 1 \leq 3$
b. $0 \leq x < 4$	l. $2 \leq x - 5 < 5$
c. $-1 < x \leq 4$	m. $(x - 3)$ là số không âm nhỏ hơn 4
d. $-2 < x \leq 2$	n. $(x + 2)$ là số dương và không lớn hơn 5
e. $0 < x - 1 \leq 2$	o. $0 < x + 1 \leq 3$
f. $3 \leq x - 2 < 5$	p. $0 < x < 3$
g. $0 \leq x - 5 \leq 2$	q. $-3 \leq x + 1 \leq 3$
h. $ x \leq 3$	r. $-2 \leq x - 5 \leq 0$

Bài toán 9 : Tính hợp lý.

a. $4567 + (1234 - 4567) - 4$	k. $(-18) + (-31) + 98 + -18 + (-69)$
b. $2001 - (53 + 1579) - (-53)$	l. $17. (15 - 16) + 16.(17 - 20)$
c. $35 - 17 + 2017 - 35 + (-2017)$	m. $15.(-176) + 15.76 + 100.15$
d. $37 + (-17) - 37 + 77$	n. $79.89 - 79.(-11) - 100.79$
e. $-(-219) + (-219) - 401 + 12$	o. $153.177 - 153.77 + 100.(-77)$
f. $ -85 - (-3).15$	p. $-69. -45 - 31. 45 $
g. $11.107 + 11.18 - 25.11$	q. $(-29).(85 - 47) - 85.(47 - 29)$
h. $115 - (-85) + 53 - (-500 + 53)$	r. $(-167).(67 - 34) - 67.(34 - 167)$

Bài toán 10 : Tính

a. $(-35) : (-7)$	k. $8.(-10).7.0$
b. $42 : (-21)$	l. $-4.10.(-2)$
c. $55 : (-5)$	m. $3.21.(-20)$
d. $46 : (-23)$	n. $(-3). 5.8.(-10)$
e. $- 30 : (-2)$	o. $9.12.(-3).5.7$
f. $23 . (-4)$	p. $-3.5.(-6).2.10$
g. $15. (-3) .0$	q. $12.8.9.0.15$
h. $-32. 14$	r. $0.12.(-9).35$

Bài toán 11 : Tìm x, biết.

a. $5x - 16 = 40 + x$	k. $125 : (3x - 13) = 25$
b. $4x - 10 = 15 - x$	l. $541 + (218 - x) = 735$
c. $-12 + x = 5x - 20$	m. $3(2x + 1) - 19 = 14$
d. $7x - 4 = 20 + 3x$	n. $175 - 5(x + 3) = 85$
e. $5x - 7 = - 21 - 2x$	o. $4x - 40 = -4 + 12$
f. $x + 15 = 7 - 6x$	p. $x + 15 = 20 - 4x$
g. $17 - x = 7 - 6x$	q. $8x + -3 = -4x + 39$
h. $3x + (-21) = 12 - 8x$	r. $6(x - 2) + (-2) = 20 - 4x$

Bài toán 12 : Tìm x, biết.

a. $2(x - 5) - 3(x + 7) = 14$	k. $-7(5 - x) - 2(x - 10) = 15$
b. $5(x - 6) - 2(x + 3) = 12$	l. $4(x - 1) - 3(x - 2) = - -5 $
c. $3(x - 4) - (8 - x) = 12$	m. $-4(x + 1) + 89x - 3) = 24$
d. $-7(3x - 5) + 2(7x - 14) = 28$	n. $5(x - 30 - 2(x + 6)) = 9$
e. $5(3 - 2x) + 5(x - 4) = 6 - 4x$	o. $-3(x - 5) + 6(x + 2) = 9$
f. $-5(2 - x) + 4(x - 3) = 10x - 15$	p. $7(x - 9) - 5(6 - x) = - 6 + 11x$
g. $2(4x - 8) - 7(3 + x) = -4 (3 - 2)$	q. $10(x - 7) - 8(x + 5) = 6.(-5) + 24$

h. $8(x - -7) - 6(x - 2) = -8 .6 - 50$	r.
---	----

Bài toán 13 : Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để

a. $1 : x$ là số nguyên	e. $(x + 8) : (x + 7)$
b. $1 : (x - 1)$ là số nguyên	f. $(2x - 9) : (x - 5)$
c. $2 : x$ là số nguyên.	g. $(5x + 2) : (x + 1)$
d. $-3 : (x - 2)$ là một số nguyên	h. $(2x + 16) : (x + 8)$
e. $-5 : (x - 4)$ là một số nguyên	k. $3x : (x + 2)$

Bài toán 14 : Tính tổng các số nguyên x biết.

a. $-2 < x < 2$	f. $24 \leq x \leq 2017$
b. $-5 < x < 5$	g. x chẵn và $6 \leq x \leq 202$
c. $-5 < x \leq 6$	h. x lẻ và $7 < x < 2017$
d. $ x \leq 5$	k. $12 \leq x \leq 2017$ và $x : 5$

Bài toán 15. Tính các tổng sau.

- $S = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2005 - 2006$
- $S = 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 2001 - 2003$
- $S = 2 - 4 + 6 - 8 + \dots + 2008 - 2010$

Bài toán 16 : Tìm x , biết.

$$(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 1000) = 5750$$

Bài toán 17 : Thực hiện phép tính (tính nhanh nếu có thể).

a) $15.87 + 15.14 - 15$	b) $2^4 + 128 : (19 - 15)^2$
c) $113 + (-13) + (-72) + (-100)$	d) $35.137 + 264.35 - 35$
e) $216 - [1200 - (4^2 - 2.3)^3] : 4 - -3 $	f) $604 - (8.2^2 + 24) : 2^2 + 7$
g) $ -29 + (193 - 127 + 96) - (193 + 196 - 127)$	h) $25.3^2 - (14 - 17) + (12 - 16 + 13)$
k) $89.77 + 89.44 + 89.79 + 61.200$	l) $1728 : (31 - 3^3)^2 + 2282 : 163.3^3 - 3^3.2015^0$
m) $(-46) + 25 + -46 + (-57)$	n) $205 - [1200 - (4^2 - 2.3)^3] : 40$
o) $5.2^3 - 18 : 3^2$	p) $15 + -12 + (-22) + (-15)$

q) $7^6 : 7^4 - (2^3 \cdot 3^2 - 60) \cdot 2$	r) $81 \cdot 6^2 + 81 \cdot 64$
---	---------------------------------

Bài toán 17 : Tìm x, biết.

a) $7(x - 5) + 2 = 51$	k) $2412 : (3x + 147) = -38 + (-26)$
b) $(4^3 - 11x) \cdot 5^3 = 4 \cdot 5^4$	l) $4824 : (4x + 137) = -59 + (-35)$
c) $ -123 - 5(x - 3) = (-28) + 66$	m) $7^{x-4} \cdot 6 = 2058$
d) $42 - 3(5x + 1) = 3^5 : 3^3$	n) $27 - x = 2 \cdot (5^2 - 2^4)$
e) $ x - 15 = -5$	o) $3 \cdot 2^x + 2^{x+3} = 44$
f) $2x - 2828 : 14 = 308$	p) $95 - 5(x + 3) = 7^5 : 7^3 + 21$
g) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 1053$	q) $1300 : [110 - (x - 7)] = 26$
h) $(11x - 2^3) \cdot 9^3 = 4 \cdot 9^4$	r) $5 \cdot (12 - 3x) - 20 = 10$

HÌNH HỌC

Bài 1. Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm B và C sao cho $OB = 3\text{cm}$, $OC = 6\text{cm}$. Trên tia Oy lấy điểm A sao cho $OA = 1,5\text{cm}$.

- a) Điểm B có nằm giữa hai điểm O và C không? Vì sao? Tính độ dài đoạn thẳng BC.
- b) Điểm B có là trung điểm của đoạn thẳng OC không? Vì sao?
- c) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng OB. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

Bài 2. Vẽ tia Cx. Trên tia Cx lấy hai điểm B và A sao cho $CB = 4\text{cm}$; $CA = 6\text{cm}$.

- a) Trong ba điểm A, B, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? vì sao? Tính AB.
- b) Lấy M là trung điểm của đoạn thẳng CB, tính độ dài BM.
- c) Chứng tỏ B là trung điểm của đoạn thẳng MA.

Bài 3. Trên tia Ox xác định điểm M, N, E sao cho $OM = 5\text{cm}$, $ON = 4\text{cm}$, $OE = 6\text{cm}$.

- a) Tính MN, NE.
- b) Chứng tỏ M là trung điểm của NE.
- c) Lấy F thuộc tia đối của Ox sao cho $OF = 3\text{cm}$. Tính EF.

Bài 4. Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho $OA = 4\text{cm}$, $OB = 7\text{cm}$.

- Tính độ dài AB.
- Trên tia đối của tia BO lấy điểm C sao cho $BC = 3\text{cm}$. Chứng tỏ B là trung điểm của đoạn AC.
- Lấy điểm K sao cho O là trung điểm của KA. So sánh AK và OC.

Bài 5. Trên tia Ax lấy hai điểm M và N sao cho $AM = 2\text{cm}$; $AN = 6\text{cm}$.

- Trong ba điểm A, M, N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?
- Tính độ dài MN.
- Trên tia đối của tia Ax lấy điểm E sao cho $EM = 4\text{cm}$. Điểm A có phải là trung điểm của đoạn thẳng EM không? Vì sao?

Bài 6. Trên tia Ox vẽ hai điểm C; E sao cho $OC = 4\text{cm}$, $OE = 8\text{cm}$.

- Trong ba điểm O, C, E điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? vì sao?
- C có là trung điểm của đoạn thẳng OE không? Vì sao?
- Trên tia đối của tia EO lấy điểm M sao cho $EM = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng OM.