HỆ THỐNG KIẾN THỨC CƠ BẢN
Môn : Hình Học - THCS

ᏇᏇ✧ᏇᏇ

1. Điểm - Đường thẳng

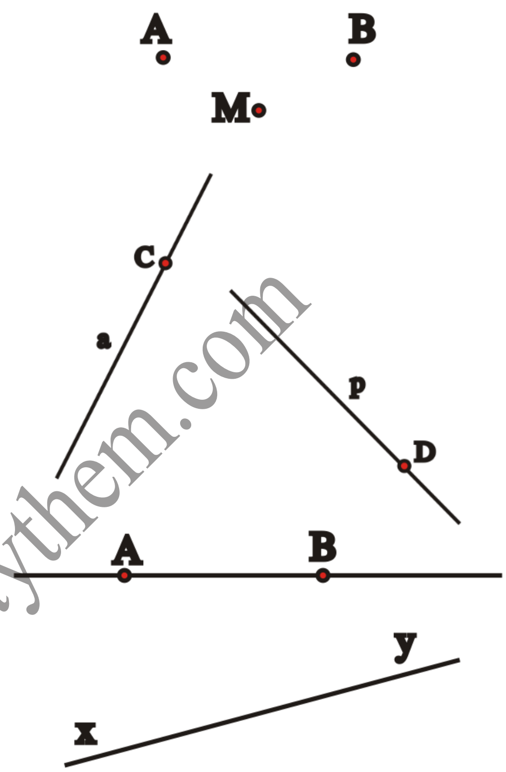
- Người ta dùng các chữ cái in hoa A, B, C, ... để đặt tên cho điểm

- Bất cứ hình nào cũng là một tập hợp các điểm. Một điểm cũng là một hình.

- Người ta dùng các chữ cái thường a, b, c, ... m, p, ... để đặt tên cho các đường thẳng (hoặc dùng hai chữ cái in hoa hoặc dùng hai chữ cái thường, ví dụ đường thẳng AB, xy, ...)

- Điểm C thuộc đường thẳng a (điểm C nằm trên đường thẳng a hoặc đường thẳng a đi qua điểm C), kí hiệu là: $C \in a$

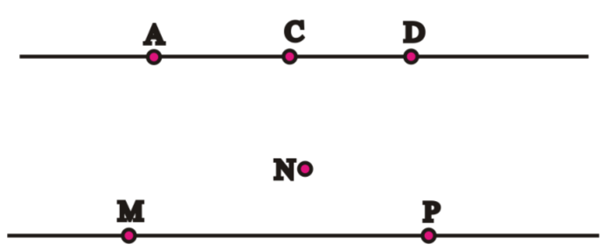
- Điểm M không thuộc đường thẳng a (điểm M nằm ngoài đường thẳng a hoặc đường thẳng a không đi qua điểm M), kí hiệu là: $M \notin a$



2. Ba điểm thẳng hàng

- Ba điểm cùng thuộc một đường thẳng ta nói chúng thẳng hàng

- Ba điểm không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào ta nói chúng không thẳng hàng.

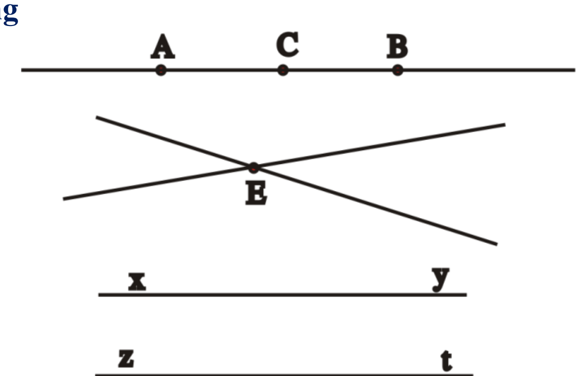


3. Đường thẳng trùng nhau, cắt nhau, song song

- Hai đường thẳng AB và BC như hình vẽ bên là hai đường thẳng trùng nhau.

- Hai đường thẳng chỉ có một điểm chung ta nói chúng cắt nhau, điểm chung đó được gọi là giao điểm (điểm E là giao điểm)

- Hai đường thẳng không có điểm chung nào, ta nói chúng song song với nhau, kí hiệu xy//zt



4. Khái niệm về tia, hai tia đối nhau, hai tia trùng nhau

- Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O được gọi là một tia gốc O (có hai tia Ox và Oy như hình vẽ)

- Hai tia chung gốc tạo thành đường thẳng được gọi là hai tia đối nhau (hai tia Ox và Oy trong hình vẽ là hai tia đối nhau)

- Hai tia chung gốc và tia này nằm trên tia kia được gọi là hai tia trùng nhau

- Hai tia AB và Ax là hai tia trùng nhau

5. Đoạn thẳng, độ dài đoạn thẳng

- Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B

- Hai điểm A và B là hai mút (hoặc hai đầu) của đoạn thẳng AB.

- Mỗi đoạn thẳng có một độ dài. Độ dài đoạn thẳng là một số dương

6. Khi nào thì AM + MB = AB ?

- Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì AM + MB = AB. Ngược lại, nếu AM + MB = AB thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B

7. Trung điểm của đoạn thẳng

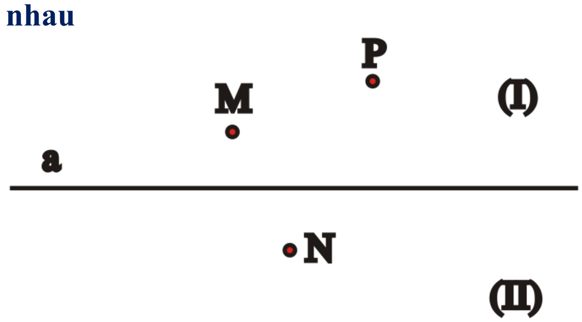
- Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B (MA = MB)

- Trung điểm M của đoạn thẳng AB còn gọi là điểm chính giữa của đoạn thẳng AB

8. Nửa mặt phẳng bờ a, hai nửa mặt phẳng đối nhau

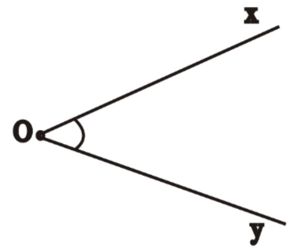
- Hình gồm đường thẳng a và một phần mặt phẳng bị chia ra bởi a được gọi là một nửa mặt phẳng bờ a

- Hai nửa mặt phẳng có chung bờ được gọi là hai nửa mặt phẳng đối nhau (hai nửa mặt phẳng (I) và (II) đối nhau)



9. Góc, góc bẹt

- Góc là hình gồm hai tia chung gốc, gốc chung của hai tia gọi là đỉnh của góc, hai tia là hai cạnh của góc



- Góc xOy kí hiệu là xOy *hoặc* O *hoặc* $\angle xOy$

- Điểm O là đỉnh của góc

- Hai cạnh của góc : Ox, Oy

- Góc bẹt là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau

10. So sánh hai góc, góc vuông, góc nhọn, góc tù.

- So sánh hai góc bằng cách so sánh các số đo của chúng

- Hai góc xOy và uIv bằng nhau được kí hiệu là:

$xOy = uIv$

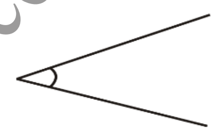
- Góc xOy nhỏ hơn góc uIv, ta viết:

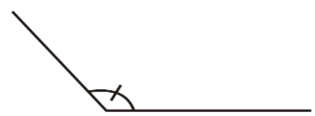
$$xOy < uIv \Leftrightarrow uIv > xOy$$

- Góc có số đo bằng 90^0 = 1v, là góc vuông

- Góc nhỏ hơn góc vuông là góc nhọn

- Góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt là góc tù.

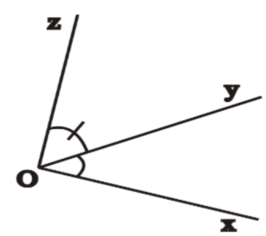




11. Khi nào thì $xOy + yOz = xOz$

- Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz thì $xOy + yOz = xOz$.

- Ngược lại, nếu $xOy + yOz = xOz$ *thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz*



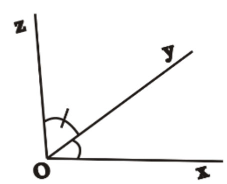
12. Hai góc kề nhau, phụ nhau, bù nhau, kề bù

- Hai góc kề nhau là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa cạnh chung.

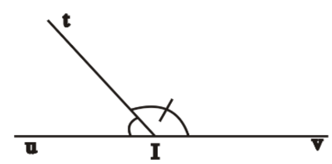
- Hai góc phụ nhau là hai góc có tổng số đo bằng 90^0

- Hai góc bù nhau là hai góc có tổng số đo bằng 180^0

- Hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau được gọi là hai góc kề bù



Hai góc kề nhau



Hai góc kề bù

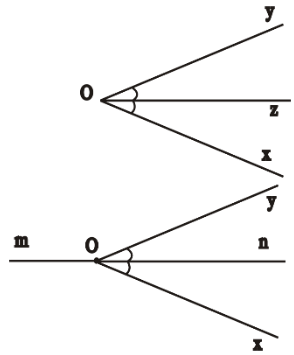
13. Tia phân giác của góc

- Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau

- Khi: $xOz + zOy = xOy$ vµ $xOz = zOy$

=> tia Oz là tia phân giác của góc xOy

- Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc là đường phân giác của góc đó (đường thẳng mn là đường phân giác của góc xOy)



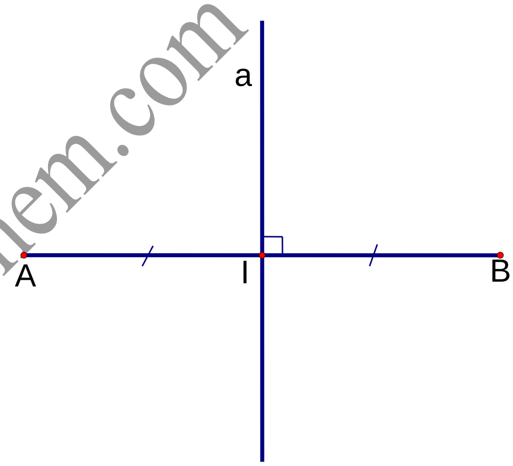
14. Đường trung trực của đoạn thẳng

a) Định nghĩa: *Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy*

b) Tổng quát:

a là đường trung trực của AB

⇔



15. Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng

a) Các cặp góc so le trong:

A_1 vµ B_3*;* A_4 vµ B_2.

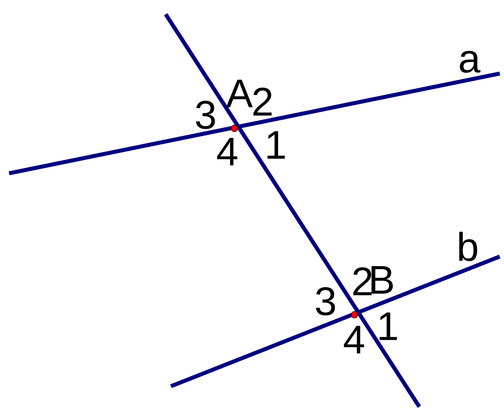
b) Các cặp góc đồng vị:

A_1 vµ B_1*;* A_2 vµ B_2*;*

A_3 vµ B_3*;* A_4 vµ B_4.

c) Khi a//b thì:

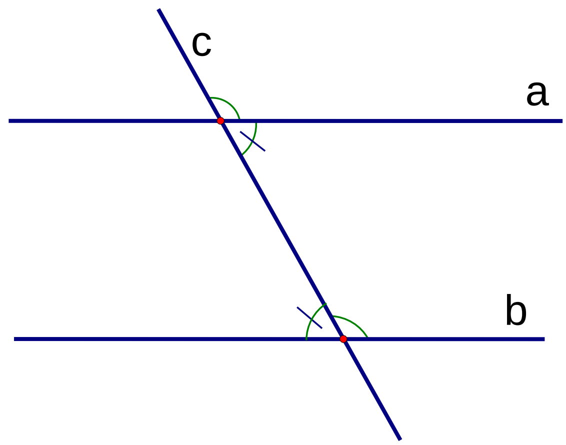
A_1 vµ B_2*;* A_4 vµ B_3 *gọi là các cặp góc trong cùng phía bù nhau*



16. Hai đường thẳng song song

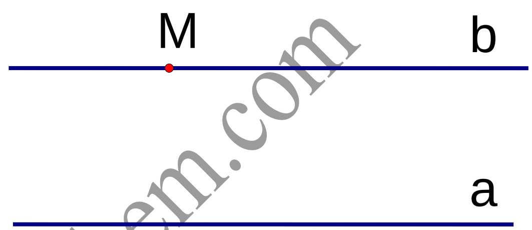
a) Dấu hiệu nhận biết

- Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì a và b song song với nhau



b) Tiên đề Ơ_clít

- Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó



c, Tính chất hai đường thẳng song song

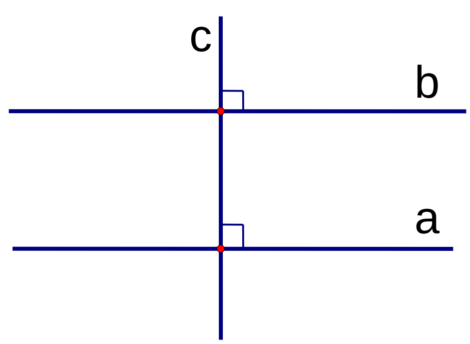
- Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- ✓ *Hai góc so le trong bằng nhau;*
- ✓ *Hai góc đồng vị bằng nhau;*
- ✓ *Hai góc trong cùng phía bù nhau.*

d) Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

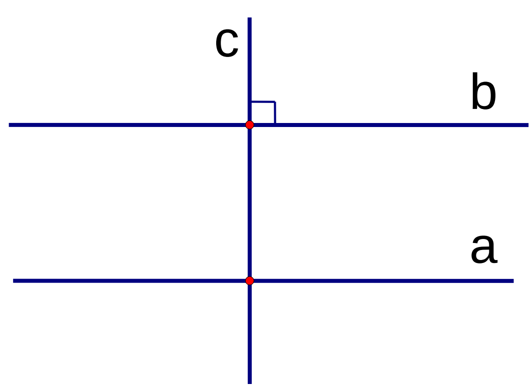
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau

$$\left.\begin{matrix} a \perp c \\ b \perp c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a // b$$



- Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia

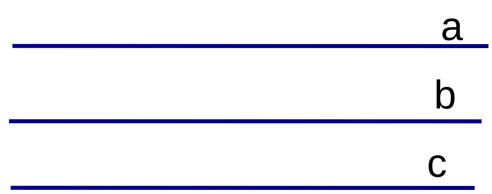
$$\left.\begin{matrix} c \perp b \\ a // b \end{matrix}\right\} \Rightarrow c \perp a$$



e) Ba đường thẳng song song

- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau

$$a//c \text{ và } b//c \Rightarrow a//b$$

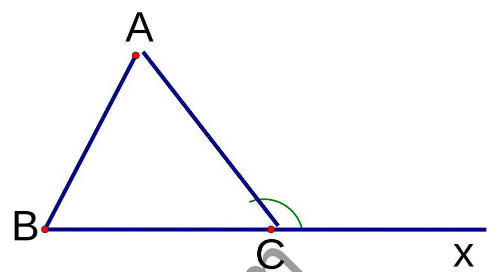


17. Góc ngoài của tam giác

a) Định nghĩa: *Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy*

b) Tính chất: *Mỗi góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó*

$$ACx = A + B$$

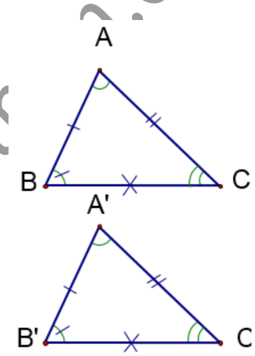


18. Hai tam giác bằng nhau

a) Định nghĩa: *Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.*

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C'$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB = A'B';\ AC = A'C';\ BC = B'C' \\ A = A';\quad B = B';\quad C = C' \end{cases}$$



b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác

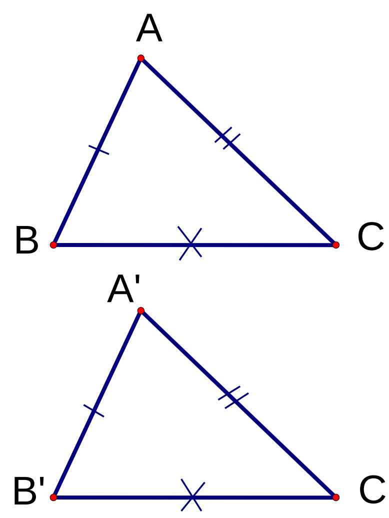
****) Trường hợp 1:*** *Cạnh - Cạnh - Cạnh*

(c.c.c)

- Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

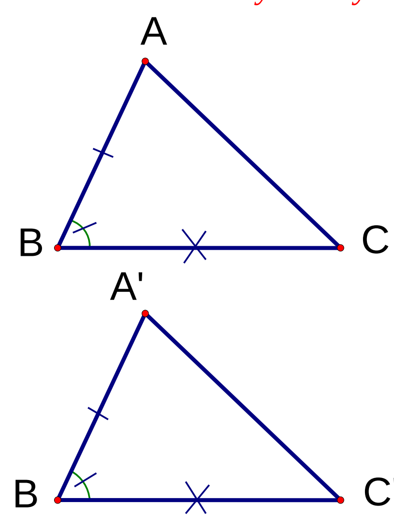
$$\left.\begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'(c.c.c)$$



****) Trường hợp 2:** Cạnh - Góc - Cạnh*

(c.g.c)

- Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

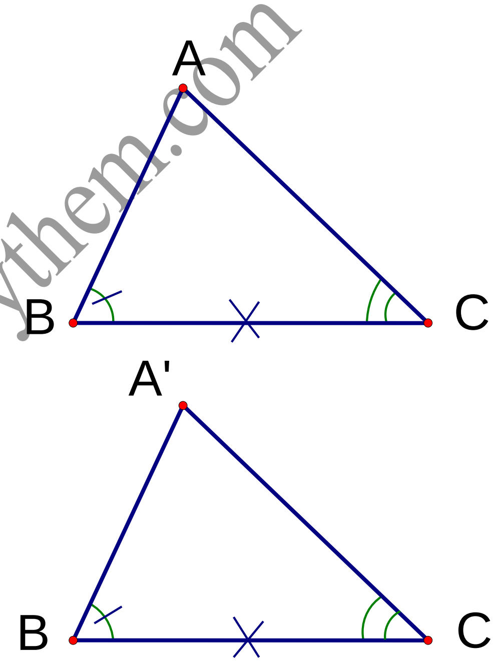


NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

$$\left.\begin{array}{r} AB = A'B' \\ B = B' \\ BC = B'C' \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'(c.g.c)$$

****) Trường hợp 3:** Góc - Cạnh - Góc **(g.c.g)***

- Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

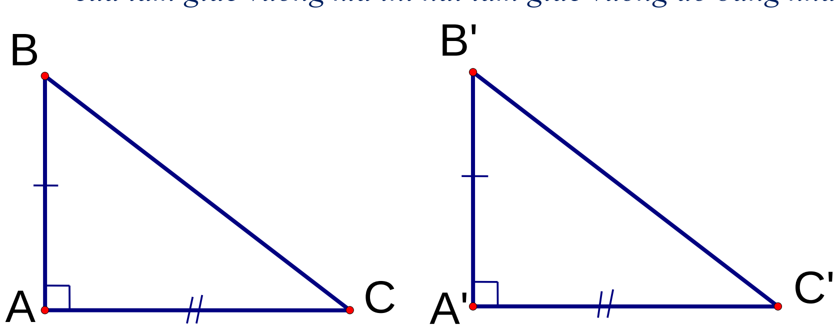


NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

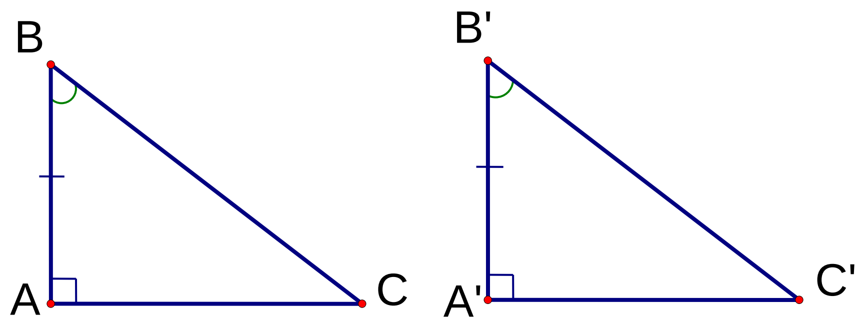
$$\left.\begin{array}{r} B = B' \\ BC = B'C' \\ C = C' \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C'(g.c.g)$$

c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông

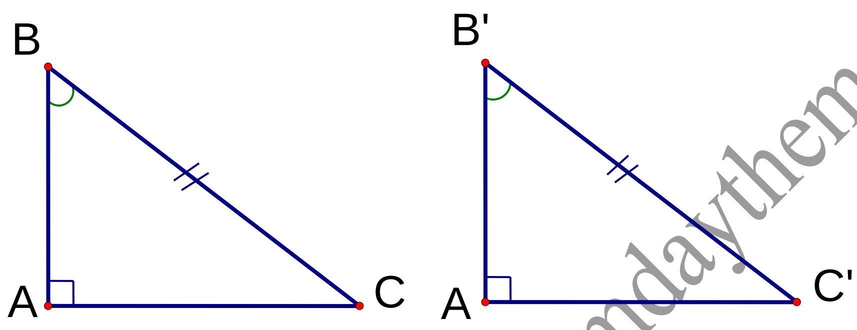
- ***Trường hợp 1:*** *Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*



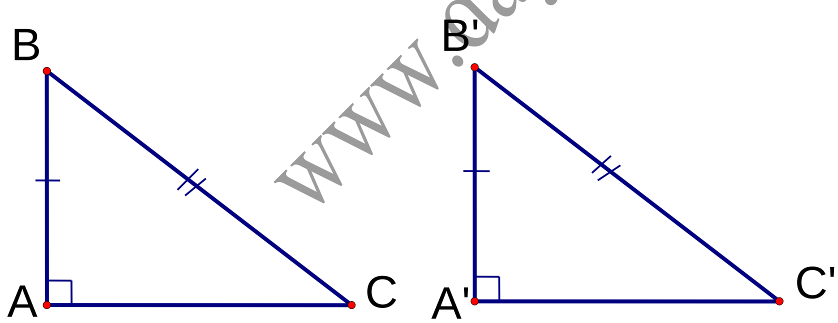
- ***Trường hợp 2**: Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai giác vuông đó bằng nhau.*



- ***Trường hợp 3:** Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*

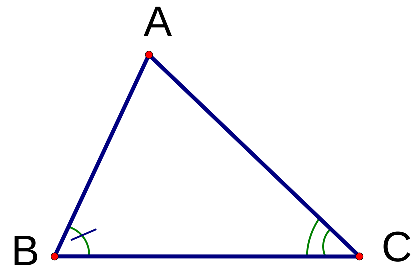


- ***Trường hợp 4:** Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*



19. Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác (*quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác***)**

- Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn



ΔABC : NÕu AC > AB th× B > C

✓ *Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn*

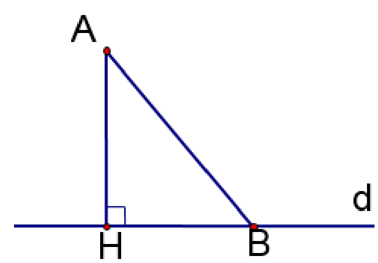
ΔABC : NÕu B > C th× AC > AB

20. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

Khái niệm đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu của đường xiên

- LÊy A $\notin$ d, kÎ AH $\perp$ d, lÊy B $\in$ d vµ B $\neq$ H. Khi ®ã:

- Đoạn thẳng AH gọi là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng d



- Điểm H gọi là hình chiếu của A trên đường thẳng d

- Đoạn thẳng AB gọi là một đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d

- Đoạn thẳng HB gọi là hình chiếu của đường xiên AB trên đ.thẳng d

Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc:

Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.

Quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu:

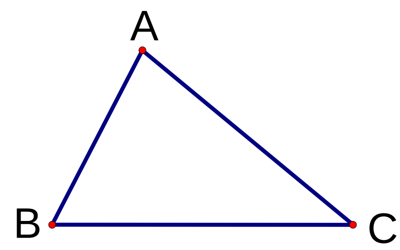
Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, thì:

- ✓ *Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn*
- ✓ *Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn*
- ✓ *Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.*

21. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

- Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

$$AB + AC > BC$$
$$AB + BC > AC$$
$$AC + BC > AB$$



- Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

$AC - BC < AB$

$AB - BC < AC$

$AC - AB < BC$

*- **Nhận xét** : Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.*

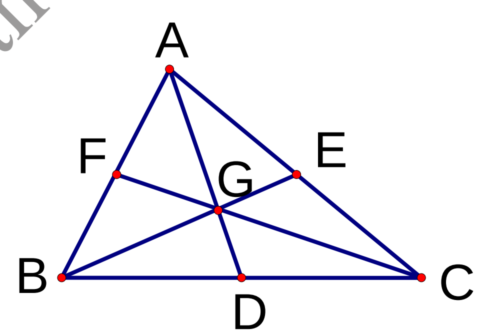
VD: $AB - AC < BC < AB + AC$

21. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

- Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy:

$$\frac{GA}{DA} = \frac{GB}{EB} = \frac{GC}{FC} = \frac{2}{3}$$

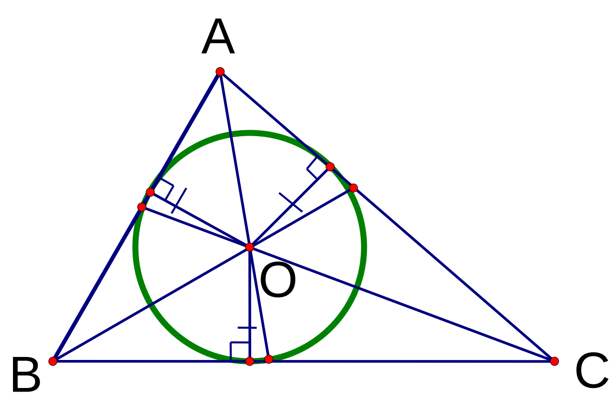
G là trọng tâm của tam giác ABC



22. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

- Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó

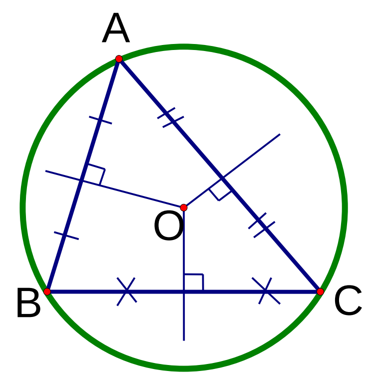
- Điểm O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC



23. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

- Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó

- Điểm O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC



24. Phương pháp chứng minh một số bài toán cơ bản

(*sử dụng một trong các cách sau đây***)**

a) Chứng minh tam giác cân

1. *Chứng minh tam giác có hai cạnh bằng nhau*
2. *Chứng minh tam giác có hai góc bằng nhau*
3. *Chứng minh tam giác đó có đường trung tuyến vừa là đường cao*
4. *Chứng minh tam giác đó có đường cao vừa là đường phân giác ở đỉnh*

b) Chứng minh tam giác đều

1. *Chứng minh tam giác đó có ba cạnh bằng nhau*
2. *Chứng minh tam giác đó có ba góc bằng nhau*
3. *Chứng minh tam giác cân có một góc là 60^0*

c) Chứng minh một tứ giác là hình bình hành

1. *Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành*
2. *Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành*
3. *Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành*
4. *Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành*
5. *Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành*

d) Chứng minh một tứ giác là hình thang:

Ta chứng minh tứ giác đó có hai cạnh đối song song

e) Chứng minh một hình thang là hình thang cân

1. *Chứng minh hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau*
2. *Chứng minh hình thang có hai đường chéo bằng nhau*

f) Chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật

1. *Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật*
2. *Hình thanh cân có một góc vuông là hình chữ nhật*
3. *Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật*
4. *Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật*

g) Chứng minh một tứ giác là hình thoi

1. *Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau*
2. *Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau*
3. *Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau*
4. *Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc*

h) Chứng minh một tứ giác là hình vuông

1. *Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau*
2. *Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc*
3. *Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc*
4. *Hình thoi có một góc vuông*
5. *Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau*

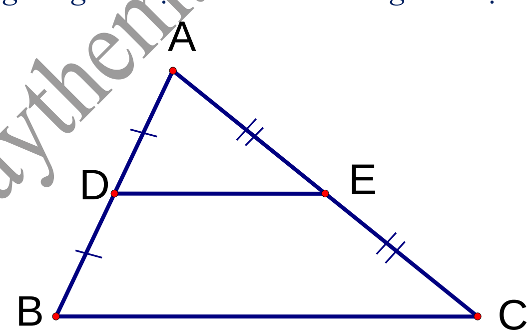
25. Đường trung bình của tam giác, của hình thang

a) Đường trung bình của tam giác

- ✓ *Định nghĩa: Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác*
- ✓ *Định lí: Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy*

DE là đường trung bình của tam giác

$$DE//BC, DE = \frac{1}{2}BC$$

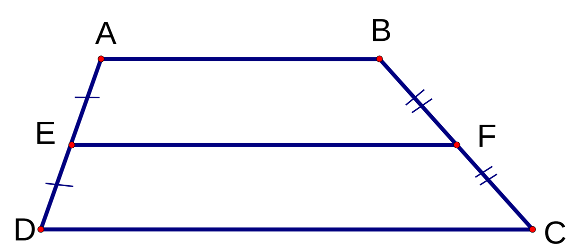


b) Đường trung bình của hình thang

- ✓ *Định nghĩa: Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang*
- ✓ *Định lí: Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy*

EF là đường trung bình của hình thang ABCD

EF//AB, EF//CD, $EF = \frac{AB + CD}{2}$

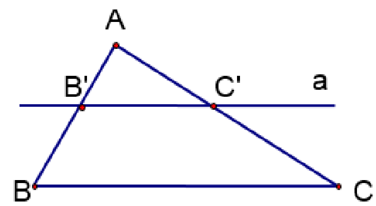


26. Tam giác đồng dạng

a) Định lí Ta_lét trong tam giác:

- Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ

$$B'C'//BC \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC};$$
$$\frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C};\ \frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$$



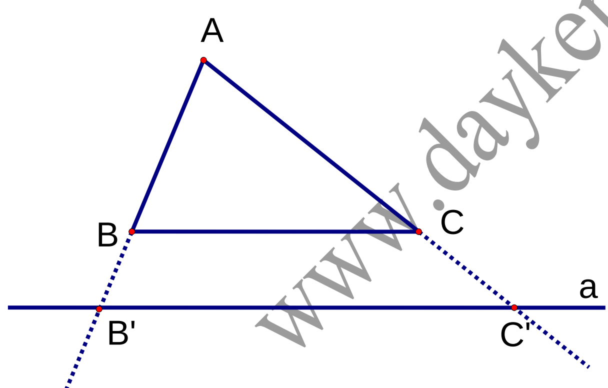
b) Định lí đảo của định lí Ta_lét:

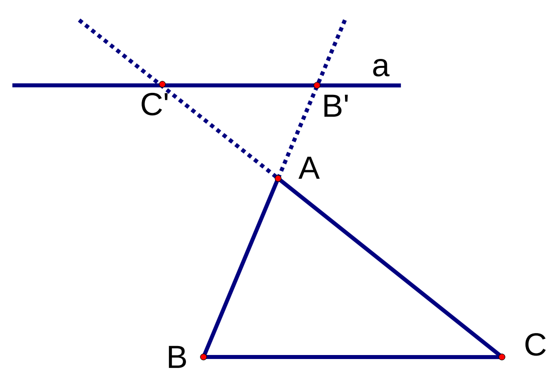
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác

Ví dụ: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Rightarrow B'C'//BC$; *Các trường hợp khác tương tự*

c) Hệ quả của định lí Ta_lét

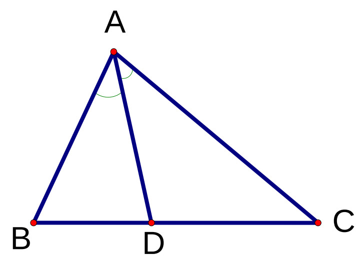
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho. Hệ quả còn đúng trong trường hợp đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại $\left(B'C'//BC \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}\right)$

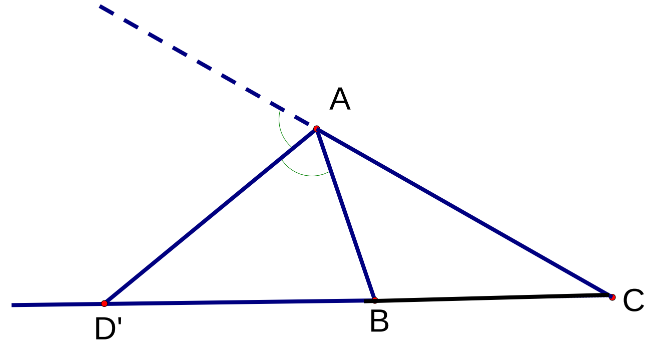




d) Tính chất đường phân giác của tam giác:

- Đường phân giác trong (hoặc ngoài) của một tam giác chia cạnh đối diện thành hai đoạn tỉ lệ với hai cạnh kề của hai đoạn đó





$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \qquad\qquad \frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$$

e) Định nghĩa hai tam giác đồng dạng :

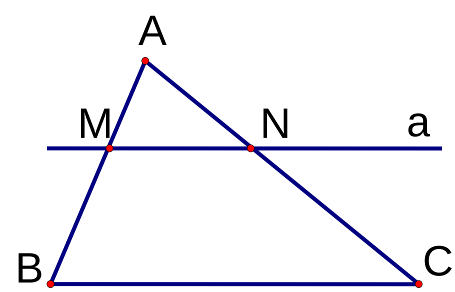
- Hai tam giác đồng dạng là hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng tỉ lệ

$$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} A = A'; B = B'; C = C' \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} = k(\text{tØ sè ®ång d¹ng}) \end{cases}$$

f) Định lí về hai tam giác đồng dạng:

- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho

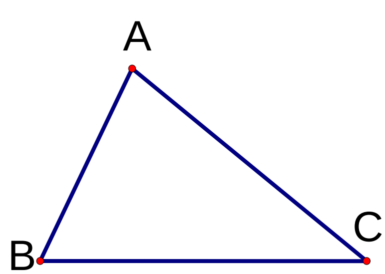
$$\boxed{MN // BC \Rightarrow \Delta AMN \backsim \Delta ABC}$$

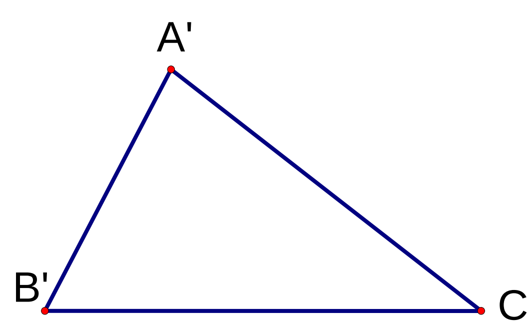


****) Lưu ý**: Định lí cũng đúng đối với trường hợp đường thẳng cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại*

g) Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác

****)Trường hợp 1:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.*





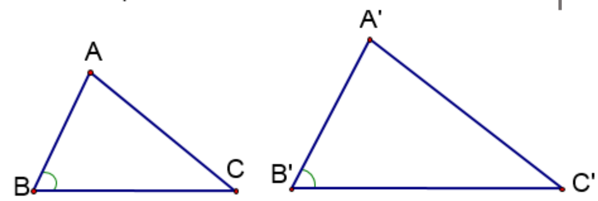
NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'(c.c.c)$$

****)Trường hợp 2:** Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đồng dạng*

NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

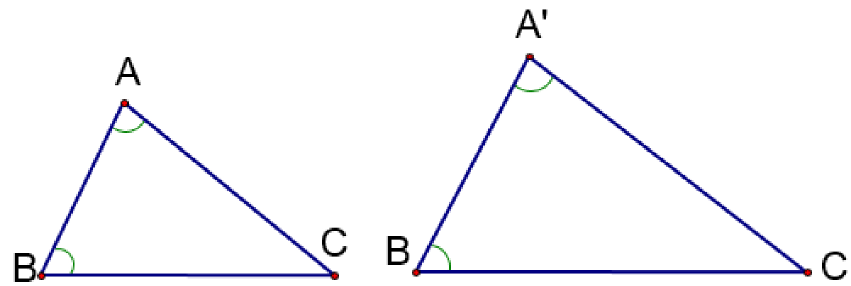
$$\left.\begin{array}{l}\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}\\ B=B'\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC\text{”}\ \Delta A'B'C'(c.g.c)$$



****)Trường hợp 3:** Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đồng dạng;*

NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

$$\left.\begin{array}{l}A=A'\\ B=B'\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC\text{”}\ \Delta A'B'C'(g.g)$$

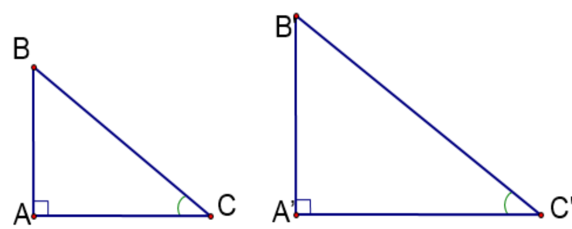


h) Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông

****)Trường hợp 1**: Nếu hai tam giác vuông có một góc nhọn bằng nhau thì chúng đồng dạng.*

NÕu ΔABC vµ ΔA'B'C' cã:

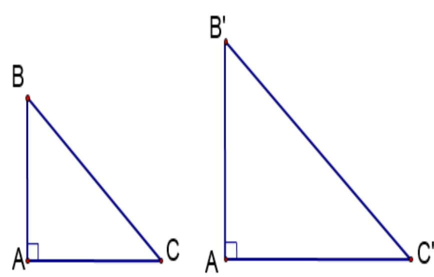
$$\left.\begin{array}{l}A=A'=90^0\\ C=C'\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC\text{ ” }\ \Delta A'B'C'$$



****)Trường hợp 2:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.*

Hai tam gi¸c vu«ng ABC vµ A'B'C' cã:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'} \Rightarrow \Delta ABC\text{ ” }\ \Delta A'B'C'$$



****)Trường hợp 3**: Nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai giác đó đồng dạng.*

Hai tam gi¸c vu«ng ABC vµ A'B'C' cã:

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \Delta ABC\text{”}\ \Delta A'B'C'$$

27. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

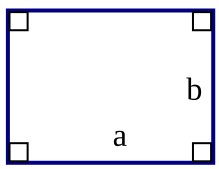
- Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng

- Tỉ sô diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng

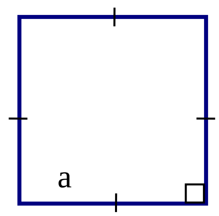
- Cụ thể : $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k

$$\Rightarrow \frac{A'H'}{AH} = k \text{ và } \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$$

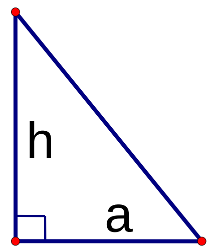
28. Diện tích các hình



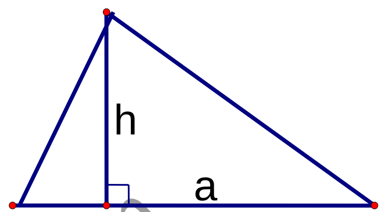
$S = a.b$



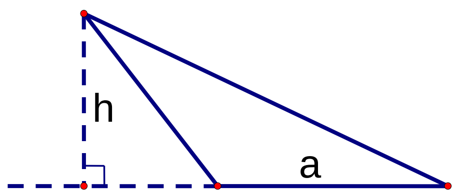
$S = a^2$



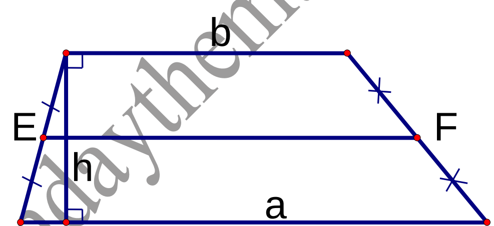
$S = \frac{1}{2}ah$



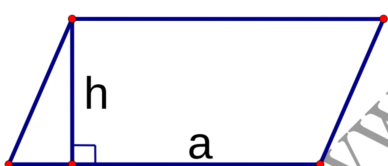
$S = \frac{1}{2}ah$



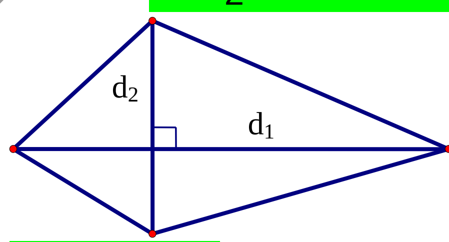
$S = \frac{1}{2}ah$



$S = \frac{1}{2}(a+b)h = EF.h$



$S = a.h$



$S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

29. Học sinh cần nắm vững các bài toán dựng hình cơ bản

(dùng thước thẳng, thước đo độ, thước có chia khoảng, compa, êke)

a) Dựng một đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng cho trước;

b) Dựng một góc bằng một góc cho trước;

c) Dựng đường trung trực của một đoạn thẳng cho trước, dựng trung điểm của một đoạn thẳng cho trước;

d) Dựng tia phân giác của một góc cho trước;

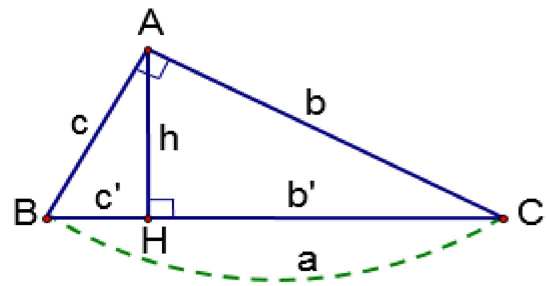
e) Qua một điểm cho trước, dựng đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước;

f) Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước, dựng đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước;

g) Dựng tam giác biết ba cạnh, hoặc biết hai cạnh kề và góc xen giữa, hoặc biết một cạnh và hai góc kề.

30. Hệ thức lượng trong tam giác vuông (lớp 9)

a) Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông



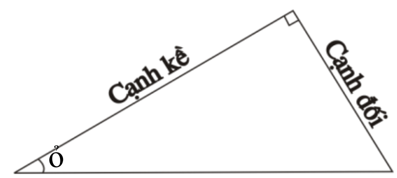
- ✓ $b^2 = ab'$
- ✓ $c^2 = ac'$
- ✓ $a^2 = b^2 + c^2$ (Pi_ta_go)
- ✓ bc = ah
- ✓ $h^2 = b'c'$
- ✓ $\dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{1}{h^2}$

b) Tỉ số lượng giác của góc nhọn

i. *Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn*

$$\sin\alpha = \frac{\text{c¹nh ®èi}}{\text{c¹nh huyÒn}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{c¹nh kÒ}}{\text{c¹nh huyÒn}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{c¹nh ®èi}}{\text{c¹nh kÒ}} \qquad \cot\alpha = \frac{\text{c¹nh kÒ}}{\text{c¹nh ®èi}}$$



ii. *Một số tính chất của các tỉ số lượng giác*

+) Định lí về tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Cho hai góc α và β phụ nhau. Khi đó:

sinα = cosβ; tanα = cotβ; cosα = sinβ; cotα = tanβ.

+) Cho $0^0 < \alpha < 90^0$. *Ta có:*

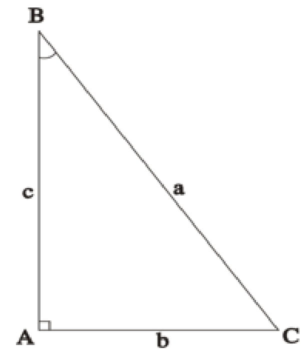
$$0 < \sin\alpha < 1; \quad 0 < \cos\alpha < 1; \quad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}; \quad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}; \quad \tan\alpha.\cot\alpha = 1$$

iii. *So sánh các tỉ số lượng giác*

$$0^0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 90^0 \Rightarrow \sin\alpha_1 < \sin\alpha_2; \cos\alpha_1 > \cos\alpha_2; \tan\alpha_1 < \tan\alpha_2; \cot\alpha_1 > \cot\alpha_2$$

c) Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông



b = a.sinB; *c = a.sinC*

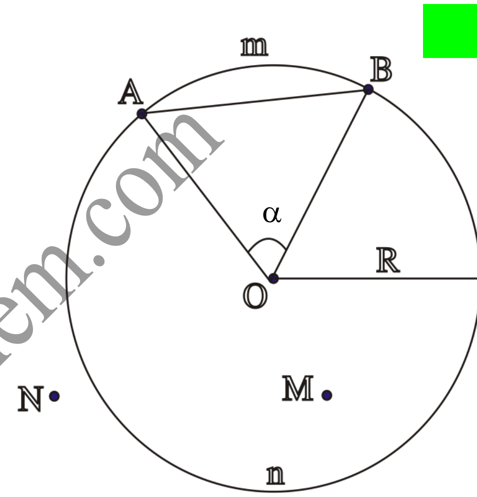
b = a.cosC; *c = a.cosB*

b = c.tanB; *c = b.tanC*

b = c.cotC; *c = b.cotB*

$$\Rightarrow a = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\cos C} = \frac{c}{\cos B}$$

31. Đường tròn, hình tròn, góc ở tâm, số đo cung



- Đường tròn tâm O, bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R, kí hiệu (O ; R).

- Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong đường tròn đó.

- Trên hình vẽ:

+) Các điểm A, B, C, D nằm trên (thuộc) đường tròn; OA = OB = OC = OD = R.

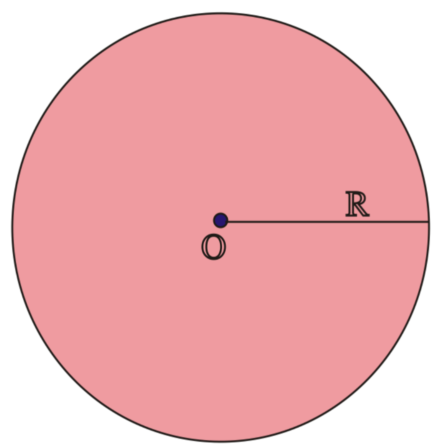
+) M nằm bên trong đường tròn; OM < R

+) N nằm bên ngoài đường tròn; ON > R

+) Đoạn thẳng AB là dây cung (dây)

+) CD = 2R, là đường kính (dây cung lớn nhất, dây đi qua tâm)

+) $\overset{\frown}{AmB}$ *là cung nhỏ (*$0^0 < \alpha < 180^0$*)*



+) $\overset{\frown}{AnB}$ *là cung lớn*

+) Hai điểm A, B là hai mút của cung

- Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm ($\widehat{AOB}$ *là góc ở tâm chắn cung nhỏ AmB)*

- Góc bẹt COD chắn nửa đường tròn

- Số đo cung:

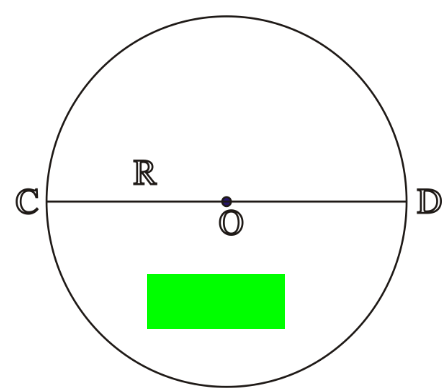
+) Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó

$$\text{s®}\overset{\frown}{AmB} = \alpha \quad (0^0 < \alpha < 180^0)$$

+) Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360^0 *và số đo của cung nhỏ (có chung hai mút với cung lớn)*

$$\text{s®}\overset{\frown}{AnB} = 360^0 - \alpha$$

+) Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0*, số đo của cả đường tròn bằng 360*^{0}

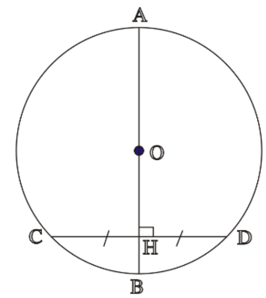


32. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây

- Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy

$$AB \perp CD \text{ tại } H \Rightarrow HC = HD$$

- Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy



33. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây

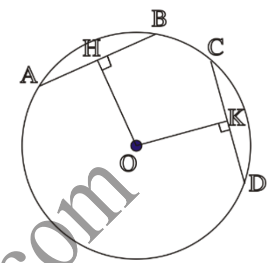
Định lí 1: *Trong một đường tròn*

a) Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

b) Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

$$AB = CD \Rightarrow OH = OK$$

$$OH = OK \Rightarrow AB = CD$$



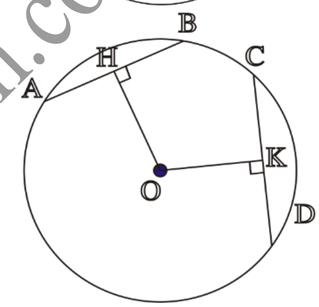
Định lí 2: *Trong hai dây của một đường tròn*

a) Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn

b) Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn

$$AB < CD \Rightarrow OH > OK$$

$$OH > OK \Rightarrow AB < CD$$

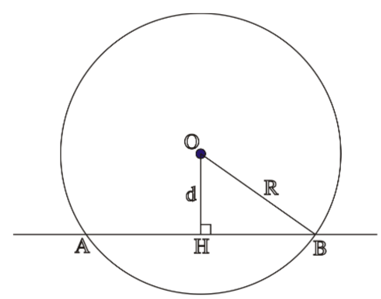


34. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

a) Đường thẳng và đường tròn cắt nhau *(có hai điểm chung)*

- Đường thẳng a gọi là cát tuyến của (O)

$$d = OH < R \text{ và } HA = HB = \sqrt{R^2 - OH^2}$$



b) Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau *(có một điểm chung)*

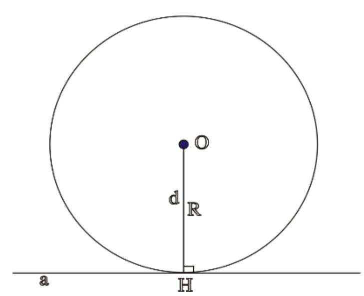
- Đường thẳng a là tiếp tuyến của (O)

- Điểm chung H là tiếp điểm

$$d = OH = R$$

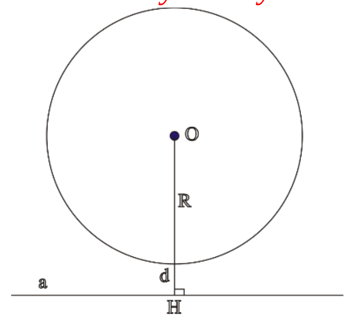
**) <u>Tính chất tiếp tuyến</u>: Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.*

$$a \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{ tại } H \Rightarrow a \perp OH$$



c) Đường thẳng và đường tròn không giao nhau *(không có điểm chung)*

$$d = OH > R$$



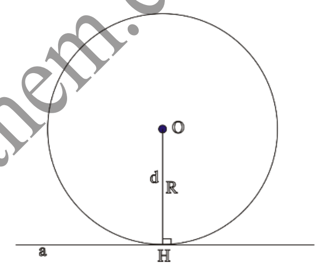
35. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

- Để chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn ta thường dùng hai cách sau:

Cách 1: Chứng minh đường thẳng và đường tròn chỉ có một điểm chung (định nghĩa tiếp tuyến

Cách 2: Chứng minh đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó

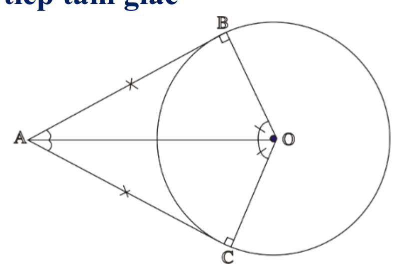
$$\left.\begin{array}{r} H \in (O) \\ a \perp OH \text{ t¹i H} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{ a lµ tiÕp tuyÕn cña } (O)$$



36. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau; đường tròn nội tiếp, bàng tiếp tam giác

a) Định lí: *Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:*

- ✓ *Điểm đó cách đều hai tiếp điểm*
- ✓ *Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến*
- ✓ *Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.*



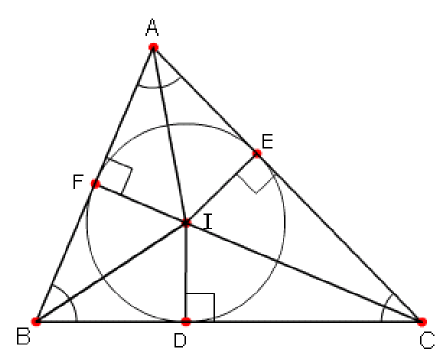
$$AB = AC; OAB = OAC;$$

$$AOB = AOC$$

b) Đường tròn nột tiếp tam giác

- Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác được gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, khi đó tam giác gọi là tam giác ngoại tiếp đường tròn

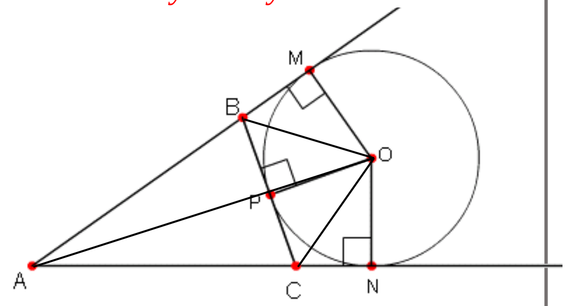
- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác



c) *Đường tròn bàng tiếp tam giác*

- Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác

- Tâm của đường tròn bàng tiếp là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại hai đỉnh nào đó hoặc là giao điểm của một đường phân giác góc trong và một đường phân giác góc ngoài tại một đỉnh



- Với một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp (hình vẽ là đường tròn bàng tiếp trong góc A)

37. Vị trí tương đối của hai đường tròn, tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

a) Hai đường tròn cắt nhau

(có hai điểm chung)

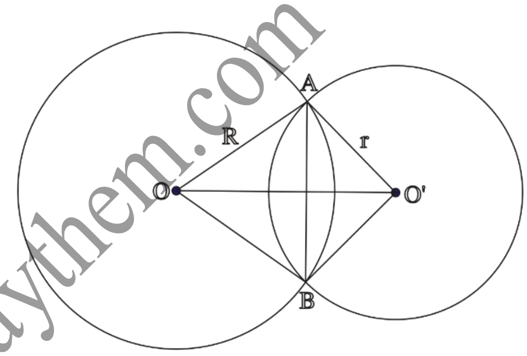
- Hai điểm A, B là hai giao điểm

- Đoạn thẳng AB là dây chung

$$R - r < OO' < R + r$$

- Đường thẳng OO' là đường nối tâm, đoạn thẳng OO' là đoạn nối tâm

**) <u>Tính chất đường nối tâm</u>: Đường nối tâm là đường trung trực của dây chung*



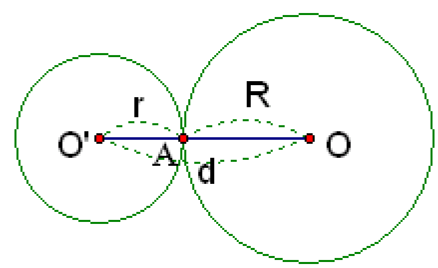
b) Hai đường tròn tiếp xúc nhau

(có một điểm chung)

- Điểm chung A gọi là tiếp điểm

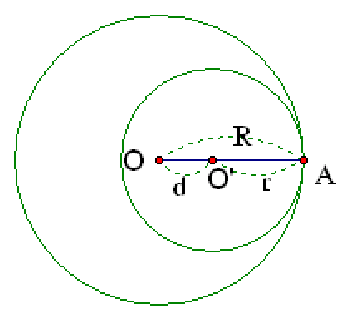
+) Tiếp xúc ngoài tại A:

$$OO' = R + r$$



+) Tiếp xúc trong tại A:

$$OO' = R - r$$

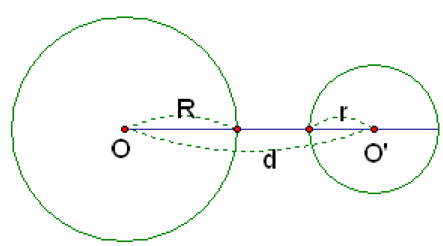


c) Hai đường tròn không giao nhau

(không có điểm chung)

+) Ở ngoài nhau:

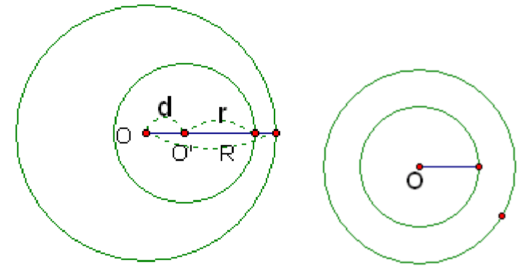
$$OO' > R + r$$



+) Đựng nhau: [hình (a)]

$$OO' < R - r$$

+) Đặc biệt (O) và (O') đồng tâm: [hình (b)]



(a) **(b)**

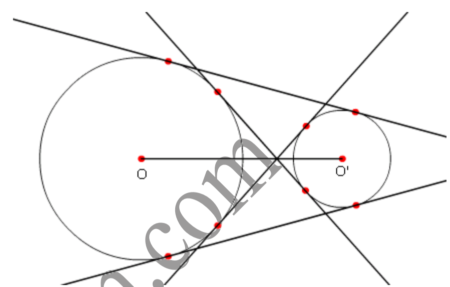
$$OO' = 0$$

d) Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

- Tiếp tuyến chung của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó

- Tiếp tuyến chung ngoài không cắt đoạn nối tâm

- Tiếp tuyến chung trong cắt đoạn nối tâm



38. So sánh hai cung trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau.

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau

- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn

- Kí hiệu: $AB = CD;\quad EF > GH \Leftrightarrow GH < EF$

39. Liên hệ giữa cung và dây.

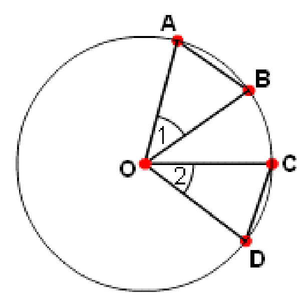
****) Định lí 1:***

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

a) Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

b) Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau

$$AB = CD => AB = CD\ ;\ AB = CD => AB = CD$$



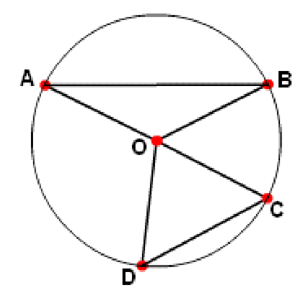
****) Định lí 2:***

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

a) Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

b) Dây lớn hơn căng cung lớn hơn

$$AB > CD \Rightarrow AB > CD\ ;\ AB > CD \Rightarrow AB > CD$$



40. Góc nội tiếp

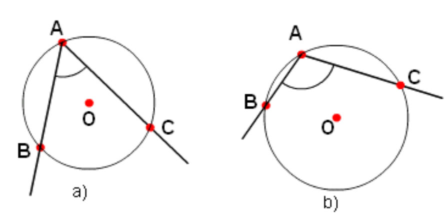
a) Định nghĩa:

- Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

- Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn

b) Định lí:

Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa



BAC *là góc nội tiếp chắn cung*

số đo của cung bị chắn

nhỏ BC(hình a) và chắn cung lớn BC(hình b)

$$BAC = \frac{1}{2} sđ\ BC$$

c) Hệ quả: *Trong một đường tròn*

+) Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau

+) Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau

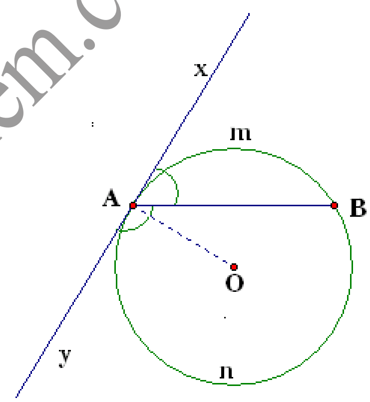
+) Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90^0) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung

+) Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

41. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung

a) Khái niệm:

- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh nằm trên đường tròn, một cạnh là một tia tiếp tuyến còn cạnh kia chứa dây cung của đường tròn



- Cung nằm bên trong góc là cung bị chắn

- Hình vẽ:

- ✓ BAx *chắn cung nhỏ AmB*
- ✓ BAy *chắn cung lớn AnB*

b) Định lí:

- Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn

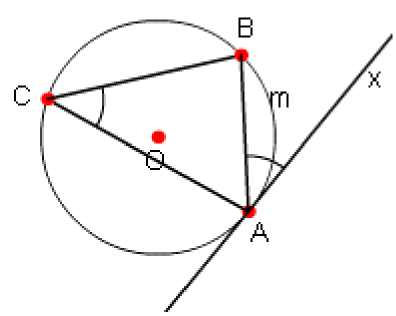
$$BAx = \frac{1}{2}\text{s®AmB}$$

$$BAy = \frac{1}{2}\text{s®AnB}$$

c) Hệ quả:

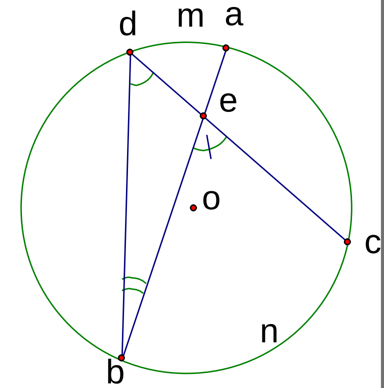
Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

$$BAx = ACB = \frac{1}{2} sđ\,AmB$$



42. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.

a) Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.



- Góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn được gọi là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn

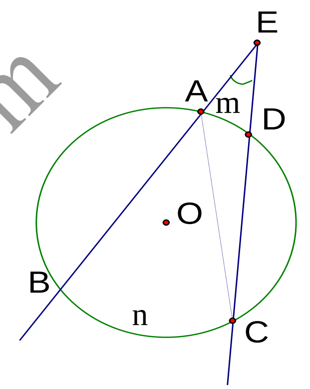
- Hình vẽ: BEC *là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn chắn hai cung là*

BnC , AmD

- Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn

$$BEC = \frac{s®BnC + s®AmD}{2}$$

b) Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.



- Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn và các cạnh đều có điểm chung với đường tròn

- Hai cung bị chắn là hai cung nằm bên trong góc, hình vẽ bên: BEC *là góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn, có hai cung bị chắn là*

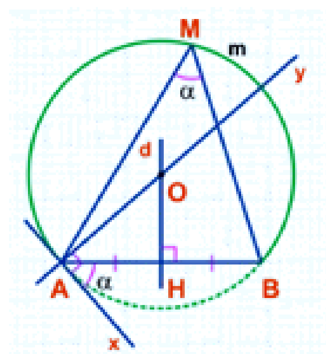
AmD vµ BnC

- Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn

$$BEC = \frac{s®BnC - s®AmD}{2}$$

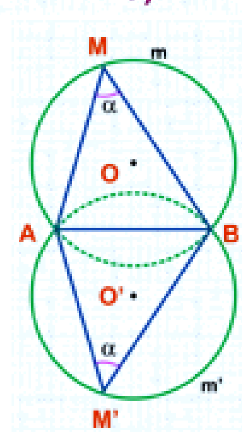
43. Kết quả bài toán quỹ tích cung chứa góc

a) Bài toán: *Với đoạn thẳng AB và góc* α $(0^0 < \alpha < 180^0)$ *cho trước thì quỹ tích các điểm M thỏa mãn* $AMB = \alpha$ *là hai cung chứa góc* α *dựng trên đoạn thẳng AB*

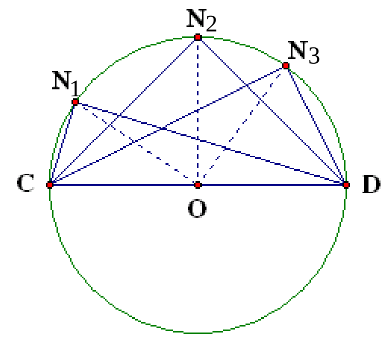


a)

- Hai cung chứa góc α *dựng trên đoạn thẳng AB đối xứng với nhau qua AB*



- Khi $\alpha = 90^0$ thì hai cung chứa góc là hai nửa đường tròn đường kính AB, suy ra: Quỹ tích các điểm nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB (áp dụng kiến thức này để chứng minh tứ giác nội tiếp)



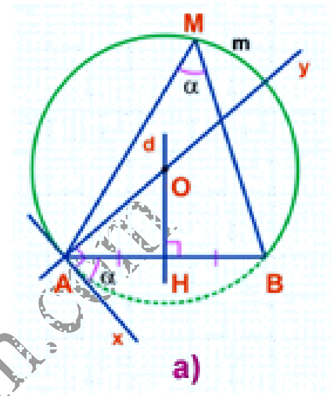
b) Cách vẽ cung chứa góc α

- Vẽ đường trung trực d của đoạn thẳng AB.

- Vẽ tia Ax tạo với AB một góc α ($BAx = \alpha$)

- Vẽ tia Ay vuông góc với tia Ax . Gọi O là giao điểm của Ay với d

- Vẽ cung AmB, tâm O bán kính OA sao cho cung này nằm ở nửa mặt phẳng bờ AB không chứa tia Ax.



c) Cách giải bài toán quỹ tích

*Muốn chứng minh quỹ tích (hay tập hợp) các điểm M thỏa mãn tính chất **T** là một hình H nào đó, ta chứng minh hai phần:*

*<u>Phần thuận</u>: Mọi điểm có tính chất **T** đều thuộc hình H*

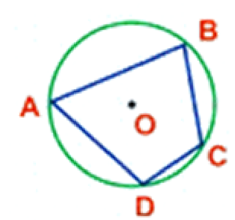
*<u>Phần đảo:</u> Mọi điểm thuộc hình H đều có tính chất **T***

*<u>Kết luận:</u> Quỹ tích (hay tập hợp) các điểm M có tính chất **T** là hình H*

44. Tứ giác nội tiếp

a) Khái niệm tứ giác nội tiếp

- Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp)



b) Định lí:

- Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0

Tứ giác ABCD nội tiếp (O), suy ra:

$$A + C = B + D = 180^0$$

c) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp

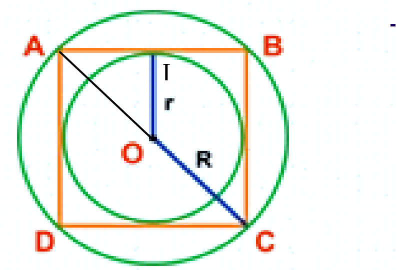
- ✓ *Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0*
- ✓ *Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện*
- ✓ *Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác*
- ✓ *Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α*

<u>Lưu ý:</u> Để chứng minh một tứ giác là tứ giác nội tiếp ta có thể chứng minh tứ giác đó là một trong các hình : Hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân.

45. Đường tròn ngoại tiếp. Đường tròn nội tiếp

- Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn

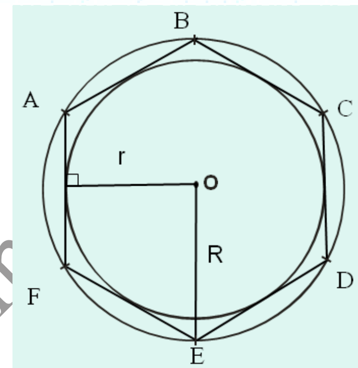
- Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác ngoại tiếp đường tròn



Hai đường tròn đồng tâm (O; R) và (O; r) với $r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

- Bất kì đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp.

- Trong đa giác đều, tâm của đường tròn ngoại tiếp trùng với tâm của đường tròn nội tiếp và được gọi là tâm của đa giác đều.



46. Một số định lí được áp dụng : *(không cần chứng minh)*

a) Định lí 1:

+) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền

+) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông

b) Định lí 2:

Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau

c) Định lí 3:

Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.

d) Định lí 4:

Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây cung (không phải là đường kính) thì chia cung căng dây ấy thành hai cung bằng nhau

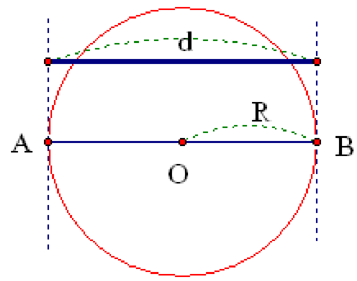
e) Định lí 5:

Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua điểm chính giữa của cung căng dây ấy.

47. Độ dài đường tròn, độ dài cung tròn, diện tích hình tròn, diện tích hình quạt tròn

a) Độ dài đường tròn

Công thức tính độ dài đường tròn (chu vi hình tròn) bán kính R là:



$\boxed{C = 2\pi R}$ *Hoặc* $\boxed{C = \pi d}$

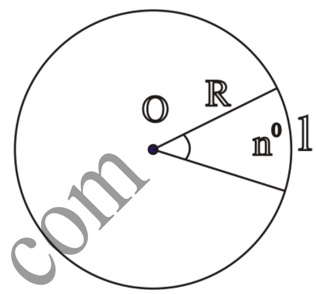
Trong đó: C : là độ dài đường tròn

R: là bán kính đường tròn

d: là đường kính đường tròn

$\pi \approx 3{,}1415...$ *là số vô tỉ.*

b) Độ dài cung tròn



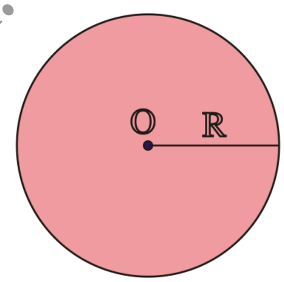
Độ dài cung tròn n^0 là: $l = \dfrac{\pi R.n}{180}$

Trong đó: l : là độ dài cung tròn n^0

R: là bán kính đường tròn

n: là số đo độ của góc ở tâm

c) Diện tích hình tròn



$$\boxed{S = \pi.R^2}$$

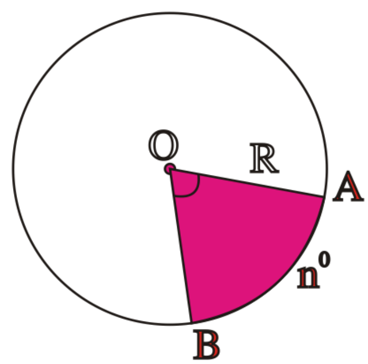
Trong đó:

S : là diện tích hình tròn .

R : là bán kính hình tròn .

$\pi \approx 3{,}14$

d) Diện tích hình quạt tròn



$\boxed{S_{quat} = \dfrac{\pi R^2 n}{360}}$ *Hoặc* $\boxed{S_{quat} = \dfrac{\ell.R}{2}}$

Trong đó:

S là diện tích hình quạt tròn cung n^0

R là bán kính

l *là độ dài cung n^0 của hình quạt tròn*

$\pi \approx 3{,}14$