

www.daykemdaythem.com
BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ CĂN BẬC HAI

Bài toán 1: SO SÁNH các giá trị chứa căn thức (Không dùng máy tính)

Phương pháp so sánh: $\text{Với } a > 0 \text{ và } b > 0 \text{ thì nếu } a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

- a) $2\sqrt{27}$ và $\sqrt{147}$ b) $-3\sqrt{5}$ và $-5\sqrt{3}$ c) $21, 2\sqrt{7}, 15\sqrt{3}, -\sqrt{123}$ (sắp xếp theo thứ tự tăng dần)
d) $2\sqrt{15}$ và $\sqrt{59}$ e) $2\sqrt{2} - 1$ và 2 f) 6 và $\sqrt{41}$
g) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và 1 h) $-\frac{\sqrt{10}}{2}$ và $-2\sqrt{5}$ i) $\sqrt{6} - 1$ và 3
j) $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$ và 1 k) $\frac{\sqrt{8}}{3}$ và $\frac{3}{4}$ l) $6\sqrt{\frac{1}{4}}, 4\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{132}, 2\sqrt{3}, \sqrt{\frac{15}{5}}$ (Sx theo tt giảm dần)
m) $-2\sqrt{6}$ và $-\sqrt{23}$ n) $2\sqrt{6} - 2$ và 3 o) $28\sqrt{2}, \sqrt{14}, 2\sqrt{147}, 36\sqrt{4}$ (sắp xếp theo thứ tự tăng dần)
q) $\sqrt{9}$ và $\sqrt{25} - \sqrt{16}$ r) $\sqrt{111} - 7$ và 4 p) $-27, 4\sqrt{3}, 16\sqrt{5}, 21\sqrt{2}$ (sắp xếp theo thứ tự giảm dần)

→ Làm thêm một số bài tập trong SGK: **B45/tr27, B56/tr30, B69/tr36.**

Bài toán 2: Tìm SỰ XÁC ĐỊNH của các biểu thức chứa căn.

Phương pháp tìm điều kiện: \sqrt{A} xác định khi $A \geq 0$

Cần lưu ý $\frac{A}{B}$ xác định khi $B \neq 0$

- a) $\sqrt{6x+1}$ g) $\sqrt{\frac{-3}{2+x}}$ m) $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}x}$ s) $\sqrt{\frac{-2\sqrt{6}+\sqrt{23}}{-x+5}}$
b) $\sqrt{-8x}$ h) $\sqrt{(x+5)^2}$ n) $\sqrt{\sqrt{6x}-4x}$ t) $\sqrt{2011-m}$
c) $\sqrt{4-5x}$ i) $\sqrt{\frac{\sqrt{6}-4}{m+2}}$ o) $\sqrt{(\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}+7)}$ u) $\sqrt{\frac{2\sqrt{15}-\sqrt{59}}{x-7}}$
d) $\sqrt{(\sqrt{3}-x)^2}$ j) $\frac{16x-1}{\sqrt{x-7}}$ p) $\sqrt{(x-6)^6}$ v) $\sqrt{4z^2+4z+1}$
e) $\sqrt{x^2+2x+1}$ k) $\sqrt{2x+5}$ q) $\sqrt{-12x+5}$ w) $\sqrt{49x^2-24x+4}$
f) $\sqrt{\frac{1}{4}-2a}$ l) $\frac{3}{\sqrt{12x-1}}$ r) $2-4\sqrt{5x+8}$ y) $\sqrt{\frac{12x+5}{\sqrt{3}}}$

Bài toán 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH $\sqrt{A} = B$

Phương pháp giải phương trình $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

- a) $\sqrt{3x-1} = 4$ g) $\sqrt{-3x+4} = 12$ l) $\sqrt{2x^2-9} = -x$ r) $\sqrt{(\sqrt{x}-7)(\sqrt{x}+7)} = 2$
b) $\sqrt{x^2-8x+16} = 4$ h) $\sqrt{9(x-1)} = 21$ m) $\sqrt{\frac{12x+5}{3}} = 2$ s) $\sqrt{\frac{1}{4}-2a} = 3$
c) $\sqrt{2-3x} = 10$ i) $\sqrt{4x} = \sqrt{5}$ o) $\sqrt{5x+3} = \sqrt{3-\sqrt{2}}$ t) $\sqrt{-4x^2+25} = x$
d) $\sqrt{4-5x} = 12$ j) $\sqrt{4(1-x)^2} - \sqrt{3} = 0$ p) $\sqrt{16x} = 8$ u) $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}x} = \sqrt{8+2\sqrt{15}}$
e) $\sqrt{\frac{-3}{2+x}} = 2$ k) $\sqrt{3x^2-5} = 2$ q) $\sqrt{(x-3)^2} = 3$ v) $\sqrt{\frac{-6}{1+x}} = 5$
w) $\sqrt{4x-20} - 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} = \sqrt{1-x}$ x) $\sqrt{4x+8} + 2\sqrt{x+2} - \sqrt{9x+18} = 1$ a') $\sqrt{x^2-6x+9} + x = 11$
y) $\sqrt{3x^2-4x+3} = 1-2x$ z) $\sqrt{16(x+1)} - \sqrt{9(x+1)} = 4$ b') $\sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} = \sqrt{x+1}$

Bài toán 4: RÚT GỌN căn bậc hai theo HẰNG ĐẲNG THỨC 1 và 2*Phương pháp rút gọn đưa về dạng**

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

B1: Xác định $2ab$ thuộc biểu thức của A B2: phân tích thành hằng đẳng thức với $a^2 + b^2 =$ hệ số còn lạiB3: đưa về dạng $\sqrt{A^2} = |A|$ B4: so sánh 2 số a và b và bỏ trị tuyệt đối sao cho biểu thức $A > 0$

a) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$	b) $\sqrt{23 + 4\sqrt{15}}$	c) $\sqrt{11 + 4\sqrt{6}}$	d) $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$	e) $\sqrt{22 - 8\sqrt{6}}$
f) $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$	g) $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$	h) $\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$	i) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$	j) $\sqrt{21 - 8\sqrt{5}}$
k) $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$	l) $\sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt{2}}$	m) $\sqrt{\frac{129}{16} + \sqrt{2}}$	n) $\sqrt{3 + \sqrt{8}}$	o) $\sqrt{\frac{289 + 4\sqrt{72}}{16}}$
p) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$	q) $\sqrt{2\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}$	r) $\sqrt{2\sqrt{4 + \sqrt{15}}}$	s) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$	t) $\sqrt{227 - 30\sqrt{2}}$
u) $\sqrt{\frac{59}{25} + \frac{6}{5}\sqrt{2}}$	v) $\sqrt{2\sqrt{8 + 3\sqrt{7}}}$	w) $\sqrt{123 + 22\sqrt{2}}$	x) $\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$	y) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$
c') $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$	d') $\sqrt{12 - 3\sqrt{7}}$	e') $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$	f') $\sqrt{3 - \sqrt{5}}$	g') $\sqrt{7 - 3\sqrt{5}}$
z) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})$	a')	$(\sqrt{21} + 7) \cdot \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$	b')	$2 \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{4 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$
h') $(4\sqrt{2} + \sqrt{30})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$	i')	$(7 + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$		

Bài toán 5: RÚT GỌN căn cho một số bằng phép KHAI PHƯƠNG:*Phương pháp khai phương:**

$$\sqrt{A^2 \cdot B} = |A| \cdot \sqrt{B} \text{ với } \begin{cases} \sqrt{A^2 \cdot B} = AB \text{ nếu } A \geq 0 \\ \sqrt{A^2 \cdot B} = -AB \text{ nếu } A < 0 \end{cases} \text{ VỚI } B \geq 0$$

Lưu ý: Để tạo nên A^2 trong căn ta lấy biểu thức chia cho các số chính phương như: $2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^2 = 16, 5^2 = 25, 6^2 = 36, 7^2 = 49, \dots$

$A = \sqrt{112} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 14\sqrt{\frac{1}{28}} - \frac{21}{\sqrt{7}}$	$B = 3\sqrt{2}(4 - \sqrt{2}) + 3(1 - 2\sqrt{2})^2$	$C = 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 3\sqrt{48}$
$D = \sqrt{147} + \sqrt{54} - 4\sqrt{27}$	$E = (\sqrt{15} - 2\sqrt{3})^2 + 12\sqrt{5}$	$F = 3\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{18}$
$G = 2\sqrt{80} - 2\sqrt{245} + 2\sqrt{180}$	$H = \sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 7\sqrt{112}$	$I = \sqrt{44} - \sqrt{176} + 2\sqrt{275}$
$J = \sqrt{50} - \sqrt{\frac{9}{2}} + 3\sqrt{24}$	$K = \sqrt{27} - 2\sqrt{48} + 5\sqrt{12}$	$L = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{75} - \frac{1}{3}\sqrt{108}$
$M = \sqrt{20} - 2\sqrt{10} + \sqrt{45}$	$N = 2\sqrt{12} - \sqrt{48} + 3\sqrt{27} - \sqrt{108}$	$O = \sqrt{343} - \sqrt{112} - \sqrt{63} - \sqrt{21}$

→ Làm thêm một số bài tập trong SGK : B30/tr19, B46,47/tr27, B58,59/tr 32, B60,62,63/tr33...

Bài toán 6: RÚT GỌN biểu thức NHIỀU CĂN**Phương pháp rút gọn : (Xem bài toán 4 và 5)**

$A = 4 - \sqrt{21 - 8\sqrt{5}}$	$B = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + 1$	$C = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$
$D = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$	$E = \sqrt{14 - 6\sqrt{5}} - \sqrt{21 - 8\sqrt{5}}$	$H = \sqrt{19 - 3\sqrt{40}} - \sqrt{19 + 3\sqrt{40}}$
$F = \sqrt{21 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - 2\sqrt{6 + 3\sqrt{3}}$		$G = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$
$I = \sqrt{4 + \sqrt{15}} - \sqrt{7 - 3\sqrt{5}}$	$J = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$	$K = \sqrt{12 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}$
$L = (3\sqrt{2} + \sqrt{6}) \cdot \sqrt{6 - 3\sqrt{3}}$	$M = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$	$N = \sqrt{9 - 4\sqrt{2}} - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$
$O = \sqrt{\frac{9}{4} - \sqrt{2}} + \sqrt{2}$	$R = \sqrt{\frac{13}{4} + \sqrt{3}} - \sqrt{\frac{7}{4} - \sqrt{3}}$	$S = \sqrt{\frac{289 + 4\sqrt{72}}{16}} + \sqrt{\frac{129}{16} + \sqrt{2}}$
$P = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{8} + 3}$	$T = \sqrt{227 - 30\sqrt{2}} + \sqrt{123 + 22\sqrt{2}}$	$U = \sqrt{11 + 4\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} + \sqrt{10 - 2\sqrt{21}} & W &= \sqrt{28 + \sqrt{300}} + \sqrt{19 - \sqrt{192}} & Y &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} \\ Z &= \sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7} - 5)^2} & H &= \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7} & IV &= \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} \end{aligned}$$

Bài toán 7: RÚT GỌN biểu thức căn có PHÂN SỐ ở dạng SỐ

Phương pháp rút gọn: sử dụng phương pháp liên hợp (hằng đẳng thức số 3) để trục căn ở mẫu.

$$\rightarrow \text{Nghĩa là } \frac{C}{A - \sqrt{B}} = \frac{C(A + \sqrt{B})}{(A + \sqrt{B})(A - \sqrt{B})} = \frac{C(A + \sqrt{B})}{A^2 - B}$$

Lưu ý: trong bài toán rút gọn căn có PHÂN SỐ chia làm hai dạng: **CHỮ** và **SỐ**.

+ Để có được kỹ năng rút gọn trên ta cần nhắc lại 1 số kiến thức của toán 6 - 7 - 8 để giải các bài toán trên cụ thể ta cần trả lời 1 số kiến thức trước khi giải:

- Thừa chung được không? (xem lại các cách thừa chung của lớp 8)
- Có hằng đẳng thức không? (xem lại 7 hằng đẳng thức đáng nhớ của lớp 8)
- Liên hiệp được không? (xem lại phương pháp rút gọn trong bài toán 7 của lớp 9)
- Quy đồng được không? (xem lại các giải pt có Ẩn ở mẫu của lớp 8)

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{5 + 2\sqrt{6}} - \frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} & B &= \frac{1}{\sqrt{3} + 2} - \frac{1}{\sqrt{3} - 2} & C &= \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} \\ D &= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}} & E &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} & F &= \frac{5 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \\ G &= \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} & H &= \sqrt{\frac{4}{(2 - \sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2 + \sqrt{5})^2}} & I &= \frac{\sqrt{10} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \\ J &= \left(1 + \frac{2 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}\right) & K &= \frac{2}{2 - \sqrt{5}} - \frac{2}{2 + \sqrt{5}} & L &= \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} - \sqrt{3}\right) : \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ M &= \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{6}} & N &= \frac{6}{1 + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}} & O &= \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \\ P &= \frac{2}{1 - \sqrt{2}} - \frac{2}{1 + \sqrt{2}} & Q &= \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\right) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2}) & R &= \frac{2}{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{2}{7 - 4\sqrt{3}} \\ S &= \frac{2}{\sqrt{5} + 1} - \sqrt{\frac{2}{3 - \sqrt{5}}} & T &= \frac{4}{1 - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{5}} & U &= \left(\frac{1}{2 - \sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{21 - 12\sqrt{3}}} \\ V &= \frac{2}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{\frac{2}{6 - 3\sqrt{3}}} & *W &= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3}} & Y &= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \end{aligned}$$

Bài toán 8: RÚT GỌN biểu thức căn có PHÂN SỐ ở dạng CHỮ

Phương pháp rút gọn: (xem kỹ bài toán 7)

Lưu ý: Ngoài việc xem kỹ phương pháp bài toán 7, chúng ta cũng cần lưu ý cách tìm **Tìm tập xác định** (Xem bài toán 2) và cách **tìm giá trị của ẩn x** khi thay biểu thức bằng 1 giá trị xác định (Xem bài toán 3)

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ (với } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b) & B &= \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a - b} \text{ (với } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b) \\ C &= \left(\frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}\right) \text{ (Với } x \geq 0, y \geq 0, x \neq y) & D &= x - 4 - \sqrt{16 - 8x^2 + x^4} \text{ (} x > 4) \\ E &= \frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} : \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ (} a > 0, b > 0, a \neq b) & F &= \left(2 + \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \cdot \left(2 - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \text{ (Với } a > 0, a \neq 1) \\ G &= \frac{a - 3\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 3} - \frac{a + 4\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} + 3} \text{ (với } a \geq 9) & H &= \frac{9 - x}{\sqrt{x} + 3} - \frac{9 - 6\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} - 3} - 6 \text{ (với } x \geq 9) \end{aligned}$$

$$\mathbf{I} = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - 1 \right) \text{ (với } x \geq 0, x \neq 1)$$

$$\mathbf{J} = \sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} - \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} \text{ (với } x \geq 6)$$

$$\mathbf{K} = \sqrt{m^2+6m+9} + \sqrt{m^2-6m+9} \text{ (Với bất kì } m) \quad \mathbf{L} = \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} \text{ (với } 1 \leq a \leq 2)$$

$$\mathbf{M} = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2 \text{ (Với } x > 0, x \neq 1) \quad \mathbf{N} = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x+1}} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ (với } x > 0)$$

$$\mathbf{O} = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} \quad \mathbf{P} = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \quad \mathbf{R} = \left(\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} \quad \mathbf{T} = \frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y} \quad \mathbf{U} = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$$

$$\mathbf{V} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{x-1}{\sqrt{x}+1} - 2 \right) \quad \mathbf{W} = \left(\frac{\sqrt{a}-1}{3\sqrt{a}+(\sqrt{a}-1)^2} - \frac{1-3\sqrt{a}+a}{a\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{a+1}{1-\sqrt{a}}$$

$$\mathbf{X} = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - 3 \right) : \frac{2-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1-x}{3\sqrt{x}} \quad \mathbf{Y} = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$$

$$\mathbf{Z} = \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right) : \frac{x-6\sqrt{x}+9}{(2-\sqrt{x})(\sqrt{x}-3)} \quad \mathbf{A}' = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-1} + 1 \right)$$

(Tất cả những bài căn không có điều kiện xem như đã xác định)

***Bài toán 9: CHỨNG MINH đẳng thức căn.**

Phương pháp chứng minh: thực tế, Bài toán CM cũng chỉ là bài toán rút gọn, ta chọn 1 về bất kì rồi thu gọn cho thành về còn lại. Vẫn sử dụng hết các tính chất của 8 bài toán đã học.

Chứng minh các đẳng thức sau :

a) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4} = \sqrt{2} - 1$ b) $\sqrt{21 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - 2\sqrt{6 + 3\sqrt{3}} = 0$

c) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}} = 1 + \sqrt{3}$ d) $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}} = 3$

e) $\frac{(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} = 1$ f) $\left(\frac{x\sqrt{x} + 27y\sqrt{y}}{3\sqrt{x} + 9\sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right) \cdot \frac{(3\sqrt{x} + 9\sqrt{y})^2}{(x - 9y)^2} > 2\sqrt{2}$

g) $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = a - b$ h) $\frac{1}{\sqrt{25} + \sqrt{24}} + \frac{1}{\sqrt{24} + \sqrt{23}} + \frac{1}{\sqrt{23} + \sqrt{22}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = 4$

i) $\left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \frac{(1 - \sqrt{a})^2}{(1 - a)^2} = 1$ j) $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{16})\sqrt{4 - \sqrt{15}} = 2$

k) $\frac{2}{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{2}{7 - 4\sqrt{3}} = 28$ l) $\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{12 + 3\sqrt{7}} = -\sqrt{6}$